JOSÉ LUIS GÓMEZ ARIZA

LA CIENCIA EN SU LABERINTO

LECCIÓN INAUGURAL
CURSO ACADÉMICO
2007-2008

Universidad de Huelva

La Ciencia en su Laberinto

JOSE LUIS GÓMEZ ARIZA
CATEDRÁTICO DE QUÍMICA ANALÍTICA

LA CIENCIA EN SU LABERINTO

LECCIÓN INAUGURAL
CURSO ACADÉMICO
2007-08

UNIVERSITAS ONVBENSIS · SAPERE AVDE ·

Universidad
de Huelva

Septiembre, 2007

Dep. Legal
H-270-2007

I.S.B.N.
978-84-96286-30-4

Impreso en papel ecológico, exnto de cloro

Imprime
Artes Gráficas Bonanza, S.L.

ÍNDICE

"Hasta los sonidos irracionales del globo deben ser otras tantas álgebras y lenguajes que de algún modo tienen sus correspondientes llaves, su severa gramática y sintaxis, y así las mínimas cosas del universo pueden ser espejos secretos de las mayores"

(T. de Quincey)

Gracias quiero dar al divino
laberinto de los efectos y de las causas
por la diversidad de las criaturas
que forman este singular universo,
por la razón, que no cesará de soñar
con un plano del laberinto....

(J.L.Borges)

He de reconocer que después de más de treinta años dedicado a la institución universitaria, al bello arte de transmitir de comunicar a los alumnos que han llegado a mis aulas, todo los que mi modesto entender me ha dictado, me siento realmente abrumado por la tarea que hoy se me encomienda. Dictar la primera clase del año en mi Universidad ante este claustro y con la solemnidad que la ocasión requiere me llena de orgullo y de responsabilidad. Por ello, y ante todo, quiero agradecer a todos los que han hecho posible mi presencia hoy en este estrado y han depositado su confianza en mi persona. Al Excmo. Rector Magfco. y a las autoridades de la Universidad de Huelva, a mi Departamento de Química y Ciencia de los Materiales, a la Facultad de Ciencias Experimentales, y a la Escuela Politécnica Superior, donde he desarrollado mi actividad en los últimos catorce años, contando siempre con la comprensión y apoyo de todos. A los compañeros con los que he compartido preocupaciones e ilusiones, alegrías y sinsabores. A los miembros de mi grupo de investigación con los que construyo ese futuro de proyectos y sueños. A mis alumnos, de los que he aprendido tanto. A todos los que están y a todos los que se fueron, dejando en mí un hondo poso de humanidad. Quiero dedicar un recuerdo especial a mi desaparecido compañero Carlos Vílchez Martín, hombre bueno donde los haya. Pero sobre todo, quiero agradecer el apoyo incondicional que siempre me ha prestado mi familia, el gran sostén de mi vida.

Ante todo quiero explicar el título de mi lección, ya que la Ciencia, actividad propia de la noble institución universitaria en la que nos encontramos, parece alejada de una estructura o situación confusa y enredada como es un laberinto: *Lugar formado artificiosamente por calles y encrucijadas, para confundir a quien se adentre en él, de modo que no pueda acertar con la salida. Cosa confusa y enredada. Composición poética hecha de manera que los versos puedan leerse al derecho y al revés y de otras maneras sin que dejen de formar cadencia y sentido.* Son las acepciones de la Real Academia Española de la Lengua para la palabra laberinto.

Sin embargo, todos consideramos a la Ciencia como una actividad ordenada y organizada: *Conjunto de conocimientos obtenidos mediante la observación y el razonamiento, sistemáticamente estructurados y de los que se deducen principios y leyes generales.* Nos vuelve a decir la Real Academia

¿Cómo la Ciencia puede relacionarse con un laberinto? ¿Cómo podemos relacionar el orden con el desorden?

No me estoy refiriendo a la distinción entre las ciencias que podríamos denominar "naturales", matemáticas, física, química, biología y geología. O sea, las que han estado normalmente vinculadas a las Facultades de Ciencias, a diferencia de las que se desarrollaban en las Facultades de Letras. Ya que entiendo que esta distinción no existe. De manera que podemos incluir las Ciencias Humanas, que se ocupan de los aspectos del hombre que no abordan las anteriores, como la psicología, la antropología, la sociología, la historia, la literatura, la filosofía, la filología, y otras. Así como las Ciencias Sociales, entre las que encontramos las ciencias económicas, las ciencias políticas, las ciencias empresariales, las ciencias del trabajo, el derecho, y por supuesto las ciencias de la salud que se ocupan específicamente del hombre, quizá bajo una perspectiva mucho más próxima y personal, mucho más imperiosa. Asegurar nuestro tesoro, nuestro único tesoro, la vida. Procurando que esta sea saludable y plena.

Establecer distinciones en ciencias corresponde más a un afán clasificatorio que a un planteamiento epistemológico. Por eso no es esta la razón de hablar de laberinto al referirme a la CIENCIA, porque estoy hablando de todas las ciencias o a las distintas formas de entender, practicar, desarrollar y aplicar la Ciencia.

La Ciencia es conocimiento elaborado con el método científico, y método científico es aquel que respeta tres principios básicos: el de objetividad, el de inteligibilidad y el de dialéctica experimental. Se es objetivo cuando, ante varias formas de observar un objeto se opta por la que menos afecta a la observación. Se es inteligible cuando la representación es, en algún sentido, más compacta que lo representado. Y se es dialéctico cuando el conocimiento se arriesga a ser derribado por la experiencia. El conocimiento es científico cuando tiene voluntad de serlo, es decir cuando logra la máxima objetividad, inteligibilidad y dialéctica, por exiguos que sean estos máximos. Según esto tan científico puede ser un mecánico de coches como un mecánico cuántico. Según esto, tan científico es un psicólogo como un físico (otra cosa es que renuncie explícitamente a serlo). De la misma manera que no hay nada en contra que la política, tan necesaria para organizar adecuadamente la convivencia, se construya con un método científico (otra cosa es que apenas se haya intentado).

En definitiva el carácter elusivo de la ciencia no viene determinado por su diversidad, ni por los diversos enfoques o interpretaciones de la misma, sino por el posible conflicto entre lo finito e infinito que encontramos en ella, su imbricación con lo humano y lo social, y al mismo tiempo por su pretensión de conocimiento verdadero. Ello produce una fuerte sensación de paradoja, que nos lleva a un mundo en el que la verdad está velada por numerosas caras y facetas, como ante un mundo de espejos.

Yo que sentí el horror de los espejos
no sólo ante el cristal impenetrable
donde acaba y empieza, inhabitable,
un imposible espacio de reflejos.

Borges (Los Espejos)

Los espejos tienen la virtud de reflejar de una manera múltiple la realidad, transformándola en un mundo extraño de simetrías, de caminos imposibles, como en un laberinto

No esperes que el rigor de tu camino
que tercamente se bifurca en otro,
que tercamente se bifurca en otro,
tendrá fin. Es de hierro tu destino

Borges (Laberinto 1)

Esta duplicación, esta multiplicación de la realidad que genera la ciencia, hace que lo uno se reconozca en lo otro como siendo lo mismo; lo igual busca su igual, entre la simetría y la diferencia, tal como al otro lado del espejo, Alicia encuentra un mundo idéntico pero invertido, en el que las cosas "vienen del otro lado".

En ciencia nos encontramos con frecuencia con una multiplicidad de realidades, la auténticamente "real", y otras versiones de esa "realidad", que es necesario distinguir y separar. En numerosa ocasiones la realidad es isomorfa, y ofrece diversas facetas de "lo mismo" todas igualmente válidas, todas complementarias. De esta forma el científico tiene que buscar la *síntesis*, la visión integradora que le aproxime lo más posible a esa realidad. En otras ocasiones, al abordar la realidad, el científico es *prisionero* de su propia cultura, de la forma de "ver" el mundo que ha heredado, y que recibe día a día de su entono social y humano. Por ello, a veces, el estudio de la "realidad" requiere "un alejamiento de nosotros mismos", de nuestra forma de ver, de nuestra forma de sentir, y por ello el científico recurre al diseño de sistemas formales que le permitan sumergirse en la "realidad" de forma impersonal, aséptica. Que le permita transformar esa realidad en "formas" regidas por normas de construcción, con una "gramática" que nos aleje de nuestro corazón y de nuestro sentir. Y esto en todas las ciencias, las del lenguaje, las naturales, las económicas, en fin, todas. Por otro lado, la presencia de procesos recurrentes, retroalimentados, también es importante al estudiar nuestro mundo, desde la música a las partículas elementales.

Nuestro mundo es un mundo de simetrías, que hacen que las cosas funcionen de una manera y no de otra. Las simetrías de los animales y de las plantas son fruto de su historia, de la evolución, del devenir de los tiempos. La simetría, moldea el mundo mineral, y configura sus propiedades, desde la dureza del diamante a la asimetría del cuarzo. Pero sobre todo, para la vida es fundamental la simetría de las moléculas, de nuestros alimentos y de las moléculas de la vida, que las diferencia claramente de las del mundo mineral, y que hacen posible nuestro devenir.

Pero en ciencia es fundamental distinguir el orden del desorden, el científico establece sus leyes y teoría apoyándose en el orden, las estaciones siguen un orden, el día y la noche se suceden imperturbablemente. Estas regularidades configuran nuestro método y hacen posible nuestras previsiones. Conociendo las condiciones iniciales de un sistema, y con una serie de ecuaciones bien diseñadas se puede conocer su situación en un momento dado. No obstante, este procedimiento falla cuando se trata de sistemas con un gran número de partículas, lo que determinó el desarrollo de la mecánica estadística. En fecha reciente se comprobó que pequeñas imprecisiones en los valores iniciales de las variables, hacen que los sistemas inicialmente ordenados colapsen con el tiempo en un caos imprevisible. Nace un nuevo paradigma, el paradigma del caos. Orden y caos, este es otro de los laberintos al que debemos enfrentarnos.

Por otro lado, al abordar sistemas en los que se producen interacciones interindividuales, como en la economía y las ciencias políticas, en la psicología y en la ecología, el concepto de estrategias y preferencias, cooperación, beneficios y equilibrios, establece otra forma de abordar estos problemas realmente complejos, que con la ayuda de la estadística y a través de la Teoría de Juegos, nos abre las puertas de un nuevo laberinto.

Por último, nuestro mundo es un mundo material, un mundo de átomos. Los átomos lo inundan todo, ya que bien de forma individual, o agrupados en moléculas, dan la consistencia que distingue nuestro planeta, y otros planetas y soles, del vacío del universo. A pesar de su concreción también estos sistemas resultan complejos, y la nitidez del átomo se enmascara con multitud de otras partículas de la "fauna" subatómica, y el dualismo onda-partícula, que nos sumergen en isomorfismos indeterminados y confusos. Más recientemente se nos ha abierto el mundo de 10 dimensiones de las *supercuerdas*, que con su existencia protea lo integra todo, incluidas las cuatro grandes fuerzas del universo. Pero sobre todo, la materia que más nos interesa es la de la vida, los cristales aperiódicos de la herencia, el ADN, y las mil facetas, estructuras y funciones de las proteínas. Intentar integrar el estudio del comportamiento de las moléculas de la vida en un sistema formal, para descifrarlas de manera inequívoca, es quizá nuestro gran reto, nuestro último laberinto.

Estos y otros laberintos, estos mundos a veces confusos y enredados, son la misión del científico. Que con su método objetivo e inteligible, y siempre dispuesto a la crítica y al "volver a empezar", debe encontrar los infinitos hilos de Ariadna que les permitan salir de su eterno laberinto.

Isomorfismos y recurrencia

En el mundo real, y en los infinitos mundos imaginarios posibles, es frecuente que nos encontremos con cosas que a pesar de su enorme semejanza no sean idénticas, o por el contrario con otras, aparentemente idénticas, que en realidad sólo son semejantes. Isomorfismo es una transformación mantenedora de la información. Como la que podemos encontrar entre el ADN de una célula y el organismo, animal o vegetal en el que se integra; entre las distintas "voces" de un canon musical; o entre las inscripciones arqueológicas de las lenguas perdidas y la "resurrección" de esas lenguas por los arqueólogos y filólogos. Existen por tanto muchas formas de isomorfismos, la relación entre la forma física de la música, la partitura, y las emociones que produce en nosotros podíamos considerarlo como una forma de isomorfismo. La existencia de compositores sordos como Beethoven, Dvořák, Fauré, y de músicos que "oyen" la música cuando leen una partitura, constituye una prueba en este sentido. En este contexto el sonido, no dejaría de ser más que un simple "medio" de transmisión. La relación entre los sistemas formales y la teoría de los números también podía incluirse en esta categoría. No obstante, no todos los isomorfismos son iguales. Aceptar la relación entre el genotipo, el ADN, y el fenotipo, el organismo que este "moldea", entre los "cristales aperiódicos" de la herencia y la "vida", resulta misterioso y elusivo, por eso podemos considerar este isomorfismo como *exótico*. Frente a él nos encontramos con isomorfismos más *prosaicos*, en los que esta relación se aprecia de forma mucho más directa, como puede ser el existente entre un disco y la pieza musical que se produce con un reproductor adecuado. Cada sonido, cada nota, tiene su correlato en el laberinto formal que representan los surcos del disco.

Los isomorfismos son de gran interés para la ciencia, porque su descubrimiento abre nuevas vías y posibilidades. Con frecuencia se habla de "iluminación" cuando algún investigador descubre uno de estos isomorfismos, porque ello significa abrir la puerta a nuevas *significaciones*, a nuevas verdades, que había paseado durante años por nuestros ojos y que hasta ese momento no hemos sido capaces de "ver".

Sistemas formales y realidad

Lo que llamamos realidad es en realidad "nuestra realidad". Nuestro vivir, nuestro lenguaje, nuestra cultura, moldean la forma de percibir esa realidad que nos rodea, y nos obliga a verla de una determinada manera. Para arrancar la venda confusa de nuestra capacidad de "ver como humanos", de nuestra humanidad, los científicos, y en especial los matemáticos y los lógicos han desarrollado los sistemas formales, que a través de su fría geometría, nos ayudan a descifrar la realidad de manera impersonal, distante. Nos ayuda a adentrarnos en esta "selva oscura", en este laberinto, con el hilo salvador de la identificación formal. Dejando atrás nuestro "ver" y nuestro "sentir", apagando el latido de nuestro corazón, para asir la "verdad" desnuda, desenmascarada, alejada del hálito de nuestra pasión y de nuestras vivencias.

Supongamos un sistema formal simple, en el que se consideren sólo tres símbolos:

$$m \quad i \quad -$$

o sea, las letras *m*, *i* y el guión.

De este sistema se pueden enunciar un número infinito de axiomas, por lo que necesitamos una definición, un esquema de axioma, que nos indique si una determinada cadena de símbolos es un axioma. En este caso podemos proponer la siguiente definición: "*xm-ix-*", que será un axioma siempre que *x* esté compuesto sólo por guiones. El sistema *mi* sólo tiene una regla de producción: Si *x*, *y* y *z* representan cadenas específicas formadas exclusivamente por guiones, *xmy*iz podrá ser un teorema, esto es, en los sistemas formales, cadenas de símbolos producidos (no demostrados) de acuerdo con una determinada regla tipográfica. Según lo anterior la *forma* es muy importante en una cadena de caracteres, en un sistema formal. La estructura anterior *xmy*iz es el teorema base del sistema *mi*, y el teorema estará bien formado si está constituido por una cadena que empiece por un grupo de guiones, a los que siga una *m*, luego un segundo grupo de guiones, una *i*, y finalmente otro grupo de guiones. Este es el aspecto formal correcto de este teorema, alternativas como *ambmciz*, no serían formalmente correctas. No obstante, para que la *teorimicidad* del teorema propuesto sea adecuada debe cumplirse que la suma de los dos primeros grupos de guiones debe coincidir con la extensión del tercer grupo. Así, *--m---i-----* es una teorema, porque 2 más 3 es igual a 5, sin embargo, *--m---i-* no lo es, porque 2 más 3 no es igual a 1. El criterio de teorimicidad es adecuado porque el esquema propuesto sólo admite axiomas que satisfagan el criterio de adición. Hemos descubierto por tanto un isomorfismo (esto es, transformación que conserva la información) entre los teoremas *mi* y las sumas. El isomorfismo que hemos descubierto permite proyectar cada una de las estructuras (la del teorema *mi* y la de la suma sobre la otra, de tal modo que cada parte tiene su parte correspondiente en la otra. "Correspondiente" significa que ambas partes cumplen papeles similares en sus respectivas estructuras. La percepción de isomorfismos ente dos estructuras ya conocidas representa un avance significativo del conocimiento, que puede generar *significaciones* en la mente humana.

En este caso nos encontramos ante un modelo clásico de isomorfismo. A "nivel inferior" podemos entre si las partes de cada estructura:

m ↔ más
i ↔ igual a
\- ↔ uno
-- ↔ dos
--- ↔ tres
.....

De esta forma estamos *interpretando* la correspondencia entre palabras y símbolos. Por otro lado, a "nivel superior" se sitúa la correspondencia entre proposiciones verdaderas y teoremas.

Cuando uno se enfrenta a un sistema formal del que no se conoce nada, con la esperanza de descubrir en él alguna significación recóndita, resulta muy difícil asignar interpretaciones significativas a sus símbolos. Resulta problemático hacerlo de manera que surja una correspondencia de nivel superior entre proposiciones verdaderas y teoremas. Pueden darse muchos palos de ciego hasta encontrar un conjunto de palabras que se relacionen adecuadamente con los símbolos. Es algo similar a hacer una grieta en un código, a descifrar inscripciones en un idioma desconocido, como fue el caso del desciframiento del Lineal B, escritura cretense micénica de los siglos XV-XIV a.c., antecedente de la lengua griega antigua, recogida en tablillas de barro. Los estudios de diversos arqueólogos fueron culminados en 1953 por el arquitecto Michael Ventris con la colaboración del filólogo Chadwick.

No es frecuente enfrentarse a la decodificación de un sistema formal semejante al encontrado en las excavaciones arqueológicas. Pero los matemáticos, y más recientemente los lingüistas, los filósofos, y otros especialistas, si utilizan sistemas formales con objeto de que sus teoremas reflejen isomórficamente algún segmento de la realidad. En el presente esta es la situación de los biólogos moleculares y los genetistas, encontrar un isomorfismo adecuado que relacione el código genético con la química molecular de los seres vivos.

No obstante no debemos pensar que el significado encontrado en los símbolos del sistema *mi*, y de cualquier sistema formal es inequívoco y único. Si ahora le diéramos a los símbolos la siguiente correlación:

m ↔ igual a
i ↔ restado de
\- ↔ uno
-- ↔ dos
--- ↔ tres
.....

Tendríamos en el caso "*-m--i ---*" una nueva interpretación, "1 igual a 2 restado de 3", que constituye una proposición verdadera; tendremos una nueva serie de teoremas bajo esta nueva interpretación, que posee el mismo grado de significación que la anterior. Ello se debe a que la interpretación manifiesta un nuevo isomorfismo perfectamente asociado al mundo real. Cuando diferentes aspectos del mundo real son isomorfos entre sí (como es el caso de la suma y la resta), puede diseñarse un solo sistema formal isomórfico respecto a ambos aspectos mencionados, y asumir por tanto dos significados distintos. Esta duplicidad o multiplicidad del valor de los símbolos y cadenas posee una gran importancia al abordar contextos reales más complejos.

Por tanto los sistemas formales va siempre acompañado de una *gramática* que ayuda a elaborar cadenas bien formadas. Estas cadenas serán después teoremas o no según su capacidad de adaptarse al mundo "real".

Aunque el sistema formal *mi* que hemos comentado fundamenta un segmento de la realidad, y parece reproducirla a la perfección, estableciendo un isomorfismo respecto a esa realidad, la realidad y los sistemas formales son independientes entre sí. Cada una de estas esferas se sostiene por si misma: dos más dos son cuatro, se sepa o no que *--m--i----* es un teorema; y *--m--i----* seguirá siendo un teorema aunque no lo asociemos con la adición.

Podemos preguntarnos en qué medida la realidad puede ser imitada mediante un conjunto de símbolos sin significación gobernados por reglas formales. ¿Será posible transformar toda la realidad en un sistema formal? En términos generales podríamos contestar que si, ya que la realidad no es, en si misma, más que un sistema formal de extremada complejidad. En este caso los símbolos no se recogen en un sistema de dimensión 2 sino en un espacio tridimensional, en el que las partículas elementales constituyen todas las cosas. Las "reglas tipográficas" son en este caso las leyes de la física, que nos indican la forma de "caracterizar" la evolución de estas partículas, conociendo su velocidad en un momento determinado, hasta que se origina un nuevo conjunto de posiciones y velocidades, propios del momento "siguiente".

De esta forma los teoremas de este sistema formal grandioso serían las configuraciones posibles que asumen las partículas en diferentes instantes de la historia del universo. El único axioma sería, quizá, la configuración original de todas las partículas en el principio de los tiempos. No obstante, este sistema formal tendría unas dimensiones tan colosales que sólo se puede considerar desde un punto de vista especulativo.

Tanto en la adición y sustracción como en los sistemas formales antes comentados los números tienen una presencia fundamental, representados en forma de dígitos en las operaciones aritméticas y como cadenas de guiones en los sistemas formales. El objetivo final es que estos números se ajusten al mundo real, pero hay algo puro en la noción abstracta del número que la aleja de situaciones frecuentes de la realidad. Si dos gotas de lluvia se unen sobre un cristal ¿sería válido decir que uno más uno es igual a uno? Y cuando una nube se separa en dos, ¿no nos encontramos antes una situación análoga? La teoría de los números no plantea ninguna pregunta sobre el posible tránsito de los números como entidades prácticas hasta entidades formales. ¿Son los números tan puros, cristalinos y armoniosos que su naturaleza puede ser perfectamente captada por las reglas de un sistema formal? Una de las obras más sugestivas de Escher, *Liberación*, muestra un prodigioso contraste entre lo formal y lo informal, con una fascinante zona de transición. Una serie de triángulos ondulados acaban convirtiéndose, mediante la metamorfosis de las figuras en pájaros que vuelan. ¿Son los números tan libres como los pájaros?, ¿sufren igual que ellos al ser sometidos a un sistema de reglas inamovibles?, ¿existe una zona de transición mágica entre los números en la realidad y los números trazados sobre el papel?

Sobre todo hay que considerar las propiedades profundas de los números. Un ejemplo sería la demostración de la siguiente afirmación: "hay una cantidad infinita de números primos". No existe ningún procedimiento de cálculo que permita establecer si la cantidad de números primos es finita o infinita, nunca podríamos completarlo. Sólo podemos abordarlo vía proposicional como hace el Teorema de Euclides:

"Si elegimos un número N y obtenemos el factorial del mismo, $N!$, el producto obtenido es divisible por todos los números de la serie utilizada. Pero si a $N!$ se le suma 1, el resultado

- no puede ser múltiplo de 2 (porque cuando se divide por 2, el resto es 1)
- no puede ser múltiplo de 3 (porque cuando se divide por 3, el resto es 1)
- no puede ser múltiplo de N (porque cuando se divide por N, el resto es 1)

O sea, $N!+1$ sólo es divisible por números mayores que N, en caso de que fuera divisible por números distintos de la unidad y de si mismo. Por tanto, o $N!+1$ es primo, o sus divisores primos son mayores que N. Pero en cualquier caso debe existir un número primo superior a N. De esta forma concluye la demostración sobre la infinitud de los números primos.

La prueba de Euclides enseña que utilizando un número reducido de pasos se puede recorrer un largo camino si se dispone de un punto de partida. En nuestro caso el punto de partida son nuestras ideas básicas de multiplicación y división, y siguiendo los pasos cortos el razonamiento llegamos a la conclusión. Los pasos del razonamiento parecen obvios, pero la conclusión no es obvia, nosotros no probamos "directamente" si la conclusión es cierta o no; sólo *creemos* en ella, porque creemos en el razonamiento. Si aceptamos el razonamiento, no tenemos escapatoria, tenemos que estar de acuerdo con el lo que nos dice Euclides, tenemos que estar de acuerdo con su conclusión.

La demostración que se desarrolla en el Teorema de Euclides es un proceso sistemático, ordenado, en el que cada afirmación se relaciona necesariamente con las anteriores, por eso podemos hablar de él como "prueba" y no como "evidencia satisfactoria". Este es un modelo de razonamiento frecuente en matemáticas, en el se utiliza una serie de pasos articulados mediante una sucesión rigurosa que sugiere la existencia de una *estructura modelada* que une estas afirmaciones entre si. Esta estructura podría visualizarse si se utiliza un nuevo vocabulario –consistente en símbolos- diseñado exclusivamente para expresar afirmaciones relativas a los números. Pero estas nuevas proposiciones representadas por un reducido repertorio de símbolos podrían evidenciar la existencia de un modelo visual. De esta forma, las proposiciones sobre los números y sus propiedades se apreciarían tanto a través del oído, al ser leídas, como de la vista, al ser observadas sobre el papel, en forma de nuevos modelos. De esta forma conseguiríamos una nueva transformación de modelos, del verbal al visual.

La prueba de Euclides intenta evitar el tratamiento de los infinitos casos posibles de números primos de forma separada, para ello utiliza frases como "cualquiera que sea *N*" o "independientemente del valor de *N*". La prueba podría desarrollarse de nuevo utilizando en su lugar la frase "todo *N* ". Si se conoce el contexto adecuado y la manera correcta de usar las expresiones anteriores, no es necesario utilizar una infinitud de proposiciones, sólo manejar dos o tres conceptos, entre ellos la palabra "todo", que siendo en si mismo un termino finito da una idea de infinitud. De esta forma, aplicando este concepto, soslayamos la circunstancia evidente de que hay un número infinito de hechos que necesitaríamos probar.

Aplicamos el término "todo" en diversos casos que son definidos en base al razonamiento establecido, es decir, en este caso existen reglas a las que obedece nuestro uso de "todo". Sin embargo, puede que no seamos conscientes de ello y creamos que operamos sobre la base del significado de esta palabra, pero esto no deja de ser un mero rodeo para no reconocer que nos dejamos guiar por reglas que nunca explicitamos. A lo largo de nuestra vida utilizamos palabras en el contexto de determinados modelos, pero en lugar de establecer claramente las "reglas" de dichos modelos, atribuimos el curso de nuestro proceso de pensamiento al significado de dichas palabras. El apreciar este desajuste entre "forma" y "significado" ha representado un descubrimiento fundamental en la formalización de la teoría de los números, y en la formalización de la ciencia en general.

¿Cómo podríamos utilizar alguno de estos sistemas formales para diferenciar claramente los números primos de los compuestos?

Utilizamos el sistema *vi*, en el que *v* quiere decir "veces" e *i* "igual a", y en el que también consideramos cadenas de guiones *x*, *y* y *z*. Consideraremos el axioma *xv-ix*, siempre que *x* sea una cadena de guiones. Y la siguiente regla de inferencia: cuando *x*, *y* y *z* son cadenas de guiones, si *xvyiz* es un teorema, *xvy-izx* será un nuevo teorema del sistema.

La derivación de este teorema se realizaría de la siguiente forma:

1) *--v-i--*

2) *--v--i----*

3) *--v---i------*

Como observamos la cadena central crece, a razón de un guión por cada vez que se aplica la regla de inferencia; de tal forma que si se desea obtener un teorema con diez guiones en el centro habrá que aplicar nueve veces la regla de inferencia dentro de la serie.

Nos encontramos con otro isomorfismo, la captura tipográfica de la multiplicación, y que utilizaremos para caracterizar la *primidad* o *composividad* de los números. Utilizaremos el sistema *vi* para definir un nuevo conjunto de teoremas con la forma *Cx*, que permite caracterizar los números *compuestos.*

Regla de inferencia: Volveremos a considerar que *x*, *y* y *z* son cadenas de guiones. Si *x-vy-iz* es un teorema, entonces *Cz* es también un teorema.

Hay que considerar que *Z* (número de guiones de *z*) es un compuesto que se origina por el producto de dos números mayores que 1, como es *X*+1 e *Y*+1 (*X* e *Y* son el número de guiones de *x* e *y*, respectivamente).

Podríamos intentar dar un salto desde los teoremas de tipo C (relativo a los números compuestos) a los de tipo P (relativo a los números primos), que nos permitiera relacionar unos con otros.

Para ello se propone la siguiente regla: Si *x* es una cadena de guiones, y C*x* no es un teorema, entonces P*x* es un teorema.

Pero no tenemos una operación tipográfica que nos permita verificar la no *teorimicidad* de C*x*. Podemos generar una "Tabla de teoremas" pero no una "Tabla de no teoremas", usando recursos exclusivamente tipográficos. Pero si podemos utilizar un pequeño artificio para ellos, basado en la "ausencia de". Ya hemos visto que todos los teoremas de los números compuestos, C*x*, tienen una "forma" común, ya que son generados por un mismo conjunto de reglas tipográficas. Tendrán los no teoremas, que relacionamos con los números primos, también una "forma" común.

A continuación se muestran una lista de teoremas de tipo C, los números entre paréntesis corresponden al total de guiones que corresponden a cada teorema:

C----(4)

C------(6)

C--------(8)

C----------(10)

C------------(12)

Los "huecos" se esta tabla sería los no teoremas. Podemos preguntarnos: ¿los huecos tienen una "forma" común?, ¿sería razonable sostener que, sólo por tratarse de los huecos de esta lista comparten una forma común? La respuesta es que comparten cierta cualidad tipográfica, pero no es fácil llamar "forma" a esta cualidad. Ello se debe a que los huecos están definidos de forma *negativa*, como en una foto, son las propuestas que han sido descartadas en la preparación de la lista definida *positivamente*.

FIGURA Y FONDO

La discusión anterior sobre el análisis tipográfico de números compuestos y primos en función de formas positivas y negativas, nos lleva a la clásica distinción entre figura y forma, muy común en el campo artístico. Cuando una figura o "espacio positivo", como una figura humana, es pintada por un artista en un cuadro, siempre va acompañada de un fondo adecuado complementaria de la misma, "espacio negativo", el cuál puede desempeñar un papel importante para crear la sensación de realismo, para aproximar la representación a la realidad. Sin embargo, no todos los diseños tienen la misma relación figura-fondo, y este último puede tener un papel mucho menos importante.

Cuando tanto la figura como el fondo contribuyen conjuntamente a proporcionar la información global de un sistema figurativo, como hemos visto en la representación tipográfica de los números compuestos y primos, las figuras se llaman recurrentes. Una figura recurrente clásica en el campo artístico es la de Scott Kim, denominada *FIGURA-FIGURA*, en la cuál si nos fijamos al mismo tiempo en las zonas blancas y negras, veremos "FIGURA" en todas partes, ¡y "FONDO" en ninguna!

En el campo de la música, melodía y acompañamiento constituye la figura y el fondo. Ya que la melodía está siempre en el primer plano y capta nuestra atención el acompañamiento suele adoptar un papel secundario en la interpretación. No obstante, alguna obras utiliza melodías reconocibles en los acompañamientos, especialmente en la música barroca y en particular en Bach, los componentes armónicos no son algo secundario sino que adoptan un primer plano, en este sentido las obras de Bach deben ser también consideradas como recurrentes.

Por otro lado, la distinción de "tiempos" y "contratiempos" también determina un contrapunto entre forma y figura en música, provocando un desplazamiento de la melodía que origina un efecto singular en el oyente.

CONSISTENCIA Y COMPLETITUD DE LOS SISTEMAS FORMALES. LAS NUEVAS GEOMETRÍAS.

Es necesario profundizar un poco más en las posibilidades de los sistemas formales. En particular interesa saber por qué y cómo su significación es producida por la mediación de los isomorfismos. Por ello debemos estudiar algunos aspectos adicionales de la relación entre forma y significación. Vamos a construir un nuevo sistema formal mediante una pequeña modificación del sistema *mi* ya descrito.

Tanto el esquema de axioma ya descrito (ESQUEMA DE AXIOMA I): *xm-ix-*, en el que *x* solo compuesto por guiones, como la regla de inferencia: si *xmyiz* es un teorema xmy-iz- también es un teorema, siendo *x*, *y* y *z* cadenas específicas formadas por guiones, se mantienen. Sólo se añade un esquema de axioma adicional.

ESQUEMA DE AXIOMA II: Si *x* es una cadena de guiones, *xm-ix* es un axioma.

En relación a lo anterior*--m-i--* es un teorema del nuevo sistema, y también lo es *--m-i---*.

Sin embargo, sus respectivas interpretaciones son: "2 más 1 igual a 2" y "2 más 2 igual a 3". Por tanto el nuevo sistema contiene numerosas proposiciones falsas y es *inconsistente con respecto al mundo exterior.* Pero al mismo tiempo el nuevo sistema también presenta *inconsistencias internas,* ya que contiene proposiciones incongruentes entre si, tales como *-m-i--* (utilizando el Axioma I) y *-m-i-* (empleando el Axioma II).

Esta adopción deliberada de dos axiomas distintos, empleando para ambos el mismo esquema interpretativo es lo que ha generado esta incongruencia, pero para que *los símbolos representen isomórficamente a los conceptos* deben estar correlacionados con la interpretación que se les dé. Pero si modificamos las reglas que gobiernan el sistema también se altera el isomorfismo. Por tanto las dificultades que hemos señalado previamente son más aparentes que reales, pudiendo solucionarse mediante una *reinterpretación adecuada de algunos de los símbolos del sistema.* Hay que tener en cuenta que solo hablamos de proyectar algunos símbolos sobre las nuevas nocionesl los restantes pueden conservar sus significados.

Si reinterpretamos el símbolo *i*, interpretándolo como "mayor que o igual a", y no modificamos los restantes, las inconsistencias de los teoremas *-m-i-* y *-m-i--* desaparecen, ya que su nueva interpretación sería: "1 más 1 es mayor o igual a 1", y "1 más 1 es mayor o igual a 2", respectivamente. De esta forma se elimina la inconsistencia respecto al mundo exterior y la inconsistencia interna. La nueva interpretación se hace significativa para ambos sistemas, frente a la interpretación anterior que sólo servía para el sistema original.

Como se aprecia de todo lo anterior la interpretación de los símbolos mediante el empleo adecuado de las palabras es un tarea ardua, pero de enorme importancia para poder aplicar estos símbolos a la realidad. Ello puede comprobarse al considerar las aportaciones de Euclides en el campo de la geometría plana y del espacio (300 años antes de Cristo). En sus *Elementos*, Euclides reúne todo el saber de su tiempo en esta materia, convirtiéndose en una obra fundamental en el campo de la geometría durante más de dos mil años, debido especialmente a su rigurosidad. Los *Elementos* comienza definiendo conceptos muy simples, y de forma progresiva construye un amplio cuerpo de conclusiones bien trabadas, apoyando siempre una en la otra, dándole tal solidez y coherencia que pudo mantener su vigencia a lo largo de dos milenios. No obstante, en su fuerza también residía su debilidad, ya que la interconexión y dependencia de todas las proposiciones lógicas las hacía interdependientes entre sí. Pero los materiales con los que estaba construido los *Elementos* no eran sólidos y concretos, sino elusivos y resbaladizos: el lenguaje humano, repleto de tramas y pasadizos invisibles, así como complejas interpretaciones subliminales.

Las palabras tienen un significado para nosotros que nos guía en su utilización, y cuando más corriente es la palabra mayores son las asociaciones de las que la rodeamos y más profundas las raíces de su significación. No se puede pretender que al definir una palabra corriente para una determinada finalidad nos mantengamos en los límites de su definición, ya que el uso de la palabra estará condicionado por todas las influencias inconscientes, por todas las asociaciones acumuladas en nosotros mismos debido a su uso anterior. Esto ocurre en los *Elementos* de Euclides, al definir palabras comunes como "punto", "línea recta", "círculo" y otras análogas, de las que todos tenemos un concepto previo, sin advertir específicamente que ahora debíamos considerarlas como términos técnicos, como herramientas, y por tanto despojadas de su ropaje cultural. Pero Euclides no hace esta advertencia al confundir los puntos y las líneas de los *Elementos* con *los* puntos y *las* líneas del mundo real. Al no disipar ese tipo de asociaciones dejó el campo abierto al empleo libre de las facultades asociativas.

Euclides estableció axiomas y postulados para servir de prueba a sus proposiciones, pero sólo consideró estas pruebas, no la indecencia de los materiales con las que las construyó, y como consecuencia del empleo de términos corrientes las representaciones y asociaciones suscitadas por estos se deslizaban como fantasmas en el edificio lógico que iba construyendo.

Euclides propuso cinco postulados como base de su geometría. Los primeros cuatro postulados son elegantes y concisos:

1) Entre dos puntos cualesquiera puede trazarse un segmento de recta
2) Cualquier segmento de recta puede extenderse indefinidamente a lo largo de una línea recta
3) Para cualquier segmento de recta puede trazarse un círculo que tenga al segmento como radio y a uno de los extremos como centro.
4) Todos los ángulos rectos son congruentes.

El quinto postulado es más confuso y complejo:

5) Si se trazan dos líneas de manera que intersecten con una tercera de forma que la suma de los ángulos internos, formados sobre uno de los lados, sea menor que dos ángulos rectos, esas dos líneas deben intersectar inevitablemente entre si hacia el otro lado, si se extienden suficientemente.

Este último postulado puede considerarse como un postulado menor, que Euclides no llegó aplicar en las demostraciones de sus primeras proposiciones. Pero Euclides no pudo lograr la demostración de este quinto postulado y lo tuvo que dar por supuesto.

Numerosos seguidores de Euclides intentaron durante siglos demostrar este quinto postulado e integrarlo en la "geometría de los cuatro postulados", pero todas las demostraciones fueron erróneas. Pero cabe destacar, por su trascendencia posterior la demostración desarrollada por Girolamo Saccheri (1667-1733) con objeto de despojar al quinto postulado de su carácter elusivo. Saccheri parte de un planteamiento opuesto al quinto postulado con objeto de que al aplicarlo así se llegará a una planteamiento contradictorio, que demostraría la falsedad del "nuevo quinto postulado" y la validez del original. Al desarrollar su geometría con este postulado Saccheri llegó a una proposición que según él "era repugnante a la naturaleza de la línea recta", con lo cual consideró alcanzado su objetivo. No obstante de forma inadvertida había descubierto lo que posteriormente se conocería como "geometría hiperbólica". Unos cien años después de Saccheri la geometría no euclidiana fue reconocida plenamente por la comunidad científica, ello se debió a las propuestas de dos matemáticos, Bolyai y Lobachevski. La orientación que siguió la geometría no euclidiana consistió en seguir las propuestas surgidas de las geometrías de Saccheri y Lambert. Las proposiciones de Saccheri eran "repugnantes a la naturaleza de la línea recta" sólo en la medida en que uno no sea capaz de desligarse de las ideas preconcebidas que se tiene sobre la "línea recta". Si se hace abstracción de nuestro subconsciente y se deja que la "línea recta" no sea "nuestra línea recta", sino sólo algo que satisface las nuevas proposiciones, se puede adoptar un punto de vista radicalmente nuevo.

Importancia de usar términos no definidos en los sistemas formales

El mecanismo mental seguido para llegar de la geometría euclidiana a la no euclidiana puede entenderse mejor si se considera las variantes del sistema *mi* comentadas previamente. Debemos recordar que el significado del símbolo *i* cambió cuando se añadió un nuevo esquema de axioma, con objeto de ajustar sus papeles en los teoremas subyacentes. Algo análogo puede hacerse con los significados de *"punto", "línea", etc. Dejando que estos sean determinados por el conjunto de teoremas (o proposiciones) en los que aparezcan.* El gran hallazgo de la geometría no euclidiana consistió en la negación del quinto postulado de Euclides en diferentes maneras, llevando luego los resultados hasta sus últimas consecuencias. En realidad la geometría no euclidiana parte del *postulado de las paralelas*: "Dada una línea recta y un punto fuera de ella, existe un punto, y sólo un punto, por el que pasa una línea recta que nunca intersectará con la primera, por mucho que esta última se prolongue". Se dice entonces que la segunda línea es paralela a la primera. Sin embargo, si se afirma que tal línea *no* existe, nos encontramos ante la *geometría elíptica,* pero si por el contrario se establece que existen *por lo menos dos líneas semejantes*, surge la *geometría hiperbólica.* Ambas variantes son "geometrías" porque su base sigue siendo la geometría euclidiana de los cuatro postulados. Por ello puede pensarse que estas nuevas geometrías describen algún tipo de espacio geométrico no tan intuible como el espacio corriente.

Así, en la geometría elíptica, que se desarrolla sobre un espacio esférico, un PUNTO está integrado por la pareja de puntos situados diametralmente opuestos sobre la superficie de una esfera. Una LÍNEA es un círculo que tiene su centro en el centro de la esfera. Por tanto, con estas interpretaciones, las proposiciones de la geometría elíptica, aunque contienen palabras como "PUNTO" y "LÍNEA", se refiere a procesos que se desarrollan sobre una esfera no sobre un plano. Así, dos LÍNEAS siempre intersectarán en dos puntos antípodas sobre la superficie de la esfera, constituyendo ¡un único PUNTO! De la misma forma, que dos LÍNEAS determinan un PUNTO, dos PUNTOS determinan una LÍNEA.

Todo esto hace recordar las "otras" visiones de la realidad que nos proporcionaban los espejos

Si se utilizan las palabras "PUNTO" y "LÍNEA" con los significados que le confieren las proposiciones en las que se encuentran, se avanzará hacia la completa formalización de la geometría. No obstante, esta versión de las proposiciones todavía contienen una gran cantidad de palabras tomadas de su significación ordinaria (como son las palabras "el", "la", "si", "y", "tener", y otras). La significación cotidiana solo ha sido desalojada de las palabras "PUNTO" y "LÍNEA", que denominaremos términos *no definidos.* También son términos no definidos *m* y *i* dentro del sistema *mi,* los cuales adquieren una definición *implícita* en el conjunto de las proposiciones de las que forma parte, en lugar de hacerlo explícitamente en una definición.

Posibilidad de interpretaciones múltiples de los símbolos en los sistemas formales

Una formalización completa de la geometría tendría que intentar convertir todos los términos en no definidos, convirtiendo los términos en un símbolo "no significativo" de un sistema formal, teniendo en cuenta, y de ahí el entrecomillado, que los términos adquieren automáticamente un significado pasivo en el interior de los teoremas donde aparecen.

Aunque algunos de estos significados pasivos son perceptibles, porque se hayan encontrados conceptos que se vinculen con los símbolos mediante un determinado isomorfismo, como ocurría con el sistema *mi* y la adición o sustracción. Pueden existir en el sistema formal otros significados, potencialmente perceptibles, que nadie advierta con facilidad. Por ejemplo, en el sistema *mi,* la *m* puede adquirir el significado "más" e *i* el de "igual a", que originaba un isomorfismo con la adición, pero al mismo tiempo *m* podía significar "igual a" y *i* "restado de", en el isomorfismo con la sustracción. Por tanto, los símbolos de un sistema pueden tener numerosas interpretaciones significativas según el observador que las busque.

Por tanto, la consistencia de un sistema formal no es un atributo intrínseco al mismo, a su estructura, sino que depende de la interpretación que se asignen a sus símbolos. Por la misma razón, la inconsistencia tampoco es un atributo intrínseco a cualquier sistema formal.

Consistencia de los "mundos imaginarios" y del "mundo real"

La consistencia de los sistemas formales que utilizamos para interpretar la realidad puede considerarse de dos maneras distintas: (i) Podemos decir que sistema-más-interpretación es *consistente con el mundo externo* si todo teorema resulta verdadero al ser interpretado; (ii) sistema-más-interpretación es *internamente consistente* si todos los teoremas resultan *mutuamente compatibles* al ser interpretados. Para determinar si varias proposiciones son mutuamente compatibles entre sí, intentaremos imaginar un mundo en el que todas ellas sean simultáneamente verdaderas. Por tanto, la consistencia interna depende de la consistencia con el mundo exterior, y de esta forma "el mundo exterior" podrá ser *cualquier mundo imaginable,* no sólo "el mundo en el que creemos vivir". Quizá esta conclusión pueda resultar ambigua e incluso poco satisfactoria. Pero, ¿qué constituye un mundo imaginario? ¿Es posible imaginar un mundo imaginario donde los círculos sean cuadrados? ¿Es un mundo imaginario el que se apoya en las leyes de Newton en lugar de la teoría de la relatividad? ¿Es posible imaginar un mundo en el que las cosas sean simultáneamente verdes y no-verdes? ¿O un mundo con animales sin células? ¿Donde Bach pueda improvisar una fuga a ocho voces? ¿Dónde existan roedores más inteligentes que los hombres?

Algunos de estos mundos parecen más imaginarios que otros, porque contienen contradicciones lógicas –como el considerar cosas verdes y no-verdes– , mientras que otros parecen, por el deseo de conseguir un mundo mejor, "plausibles", como pensar en Bach improvisando una "imposible" fuga a ocho veces. O, incluso, se puede pensar en un mundo en el que las leyes físicas sean diferentes, y así otros muchos casos. En términos generales, pueden establecerse diversos grados de consistencia. Así, la menos exigente sería la "consistencia lógica", la cuál sólo establece restricciones de tipo lógica. Un sistema-más-interpretación será *lógicamente consistente* si ninguno de sus teoremas, al ser interpretados como proposiciones, presenta contradicciones entre sí; *matemáticamente consistentes* si al interpretar los teoremas no violan los principios matemáticos; *físicamente consistentes* si los teoremas son compatibles con las leyes de la física; *química consistente* si los teoremas son compatibles con las interacciones entre átomos y moléculas; podríamos también hablar de *consistencia biológica,* y así sucesivamente, *consistencia sociológica, psicológica, económica, política, literaria...*

Un sistema biológicamente consistente podría contener un teorema cuya interpretación fuera la proposición "Shakespeare escribió una ópera" (este sería un teorema musicológicamente inconsistente), pero no un teorema cuya interpretación fuese la proposición "Existen animales carentes de células".

Realmente, estas últimas inconsistencias más fantasiosas no han sido estudiadas ya que resulta muy difícil de desenmarañar que tipo de inconsistencia se trata. ¿Lógica? ¿Física? ¿Química? ¿Biológica? ¿Cuál sería la inconsistencia de un teorema relacionado con la predicción de los resultados de unas elecciones?

La consistencia entre "mundo imaginarios" y "mundos reales" ha hecho conciliar que la suma de los ángulos de un triángulo sea 180 grados en la geometría euclidiana, con valores superiores en la geometría elíptica o inferiores en la hiperbólica. Einstein formuló en la teoría de la relatividad generalizada que la geometría estaba determinada por la materia contenida en el mismo. Por eso resulta ambiguo contestar a la pregunta *¿Qué geometría es la verdadera?* Si formulamos la misma pregunta respecto a la teoría de los números habría que tener en cuenta el Teorema de Gödel de la incompletitud.

Completitud

Ya hemos visto como la consistencia de un sistema nos asegura que "Todo lo que produce un sistema es verdadero", esta propiedad debe complementarse con esta otra: "Toda proposición verdadera es producida por el sistema". No estamos hablando de todas las proposiciones verdaderas del mundo, sino sólo las pertenecientes al dominio que queremos representar con el sistema. Por tanto, podemos decir también:"Toda proposición verdadera que puede expresarse mediante la notación verdadera es un teorema".

Un ejemplo de sistema *completo* lo tenemos en nuestro simple sistema *mi*, utilizando la interpretación original de las adiciones. "Todas las adiciones verdaderas de dos enteros positivos están representadas por teoremas". Afirmación que podemos enunciar de otra manera: "Todas las verdaderas adiciones de dos enteros positivos son *demostrables* en el sistema" (debiendo tenerse en cuenta que se usa el término *afirmaciones demostrables*, en lugar de "teoremas"), empezando a desdibujarse de este modo la distinción entre sistemas formales y sus interpretaciones. Esto es adecuado para que se tenga presente la ambigüedad a la que nos estamos enfrentando y a la posibilidad de interpretaciones múltiples. El sistema *mi* en su versión original es *completo* y también *consistente*, porque ninguna proposición falsa *es demostrable* dentro del sistema.

A pesar de su completitud, el sistema *mi* carece de la potencia para captar la noción total de verdad dentro de la teoría de los números. Así este sistema no nos dice nada sobre cuantos números primos hay. El Teorema de Gödel de la Incompletitud nos dice que cualquier sistema lo "suficientemente poderoso" es, en virtud de su poder, incompleto, en el sentido de que hay cadenas bien formadas, que expresan proposiciones verdaderas de la teoría de los números pero que no son teoremas. O sea, existen verdades pertenecientes a la teoría de los números que no son demostrables dentro del sistema, posiblemente debido al efecto limitante de la interpretación de los símbolos.

Por todo ello podemos decir que "la completitud es la demostración máxima de la presencia de significados pasivos", esto es de las interpretaciones implícitas que emergen de forma inconsciente de las diversas proposiciones. El sistema no posee el suficiente poder para justificar esa interpretación, y consolidarla de forma inequívoca. A veces, las interpretaciones se pueden "retocar", para que el sistema incremente su completitud, como se ha visto al introducir el Axioma II en el sistema *mi.* Pero nunca se alcanzará la completitud absoluta, por poderoso que sea un sistema.

Recurrencia. Fenómenos, procesos y estructuras autoreiterativas.

Los procesos recurrentes pueden tener, a veces, un aparente contenido contradictorio, aproximándose mucho a la paradoja. Entre ellos puede incluirse las *definiciones recurrentes,* las cuales pueden dar la impresión de que se definen en función de ellas mismas. Esto conduciría a una regresión infinita a una circularidad. Pero en realidad una definición recurrente, cuando se formula adecuadamente, nunca debe originar una regresión infinita, ya que nunca debe definirse en base a la propia definición sino que debe usar términos *más simples* que esta.

Un ejemplo típico de recurrencia sacada de la vida cotidiana podría ser la descripción del primer día de trabajo de un profesor universitario después del periodo de vacaciones. Al abrir su despacho encuentra la mesa repleta de correo del que entresaca una carta de una importante sociedad científica. Al abrirla percibe que se le invita a impartir una importante conferencia en un congreso internacional. En ese momento suena el teléfono por la "línea 1", lo que le obliga a dejar la carta en el momento más interesante. Al otro lado de la línea un alumno le pregunta por el master que se comenzará a impartir en octubre, cuando comienza a explicarle las diversas posibilidades del mismo, el teléfono empieza de nuevo a sonar por la "línea 2", por la que una secretaria le recuerda que es muy urgente que envíe un informe en el formato que recibió por correo electrónico. Le ruega al alumno que tenga la amabilidad de esperar, y apretando un botón conecta con la secretaria por la "línea 2" y le pide que espere un momento para buscar el correo electrónico, poniéndola en espera para conectar el ordenador y buscar el correo. En ese momento alguien llama a la puerta, y aparece uno de sus alumnos de doctorado que tiene un problema en el laboratorio, le pide por favor que espere un momento, y *sube* a la "línea 2" para hablar con la secretaria a la que le asegura que recibirá el informe a lo largo de la mañana. Entonces *baja* de nuevo un nivel en la *pila* multitarea que está produciendo, para proporcionar al estudiante de doctorado que espera en la puerta el número de teléfono de un proveedor que ha consultado en su agenda. De nuevo *sube* al nivel del alumno que espera en la línea 1 y continúa explicándole las características del master. Pero en ese momento, alguien llama de nuevo a la puerta, es un alumno que pregunta por una nota. Le pide de nuevo a su interlocutor en la línea 1 que espere, y *baja* un nivel, para mirar una lista en el tablón de su despacho decir al alumno que espera en la puerta: "aprobado". De esta forma puede continuar y, subiendo de nuevo de nivel, termina la conversación con el alumno de master. Finalmente, puede *subir* al punto donde dejó la lectura de la carta, comprobando, con gran satisfacción, el interés de la sociedad científica por que imparta una *Conferencia Invitada,* evidentemente no remunerada, sobre sus últimas aportaciones en investigación. Por fin puede cerrar la *pila* creada. Mira el reloj, sólo han pasado cinco minutos de esta larga mañana.

Este ejemplo nos da una idea directa de un proceso recurrente, del que pueden citarse otros muchos casos: historias dentro de historias, películas dentro de películas, pinturas dentro de pinturas, muñecas rusas dentro de muñecas rusas. Asimismo, el ejemplo no ha permitido introducirnos en la terminología propia de este proceso.

BAJAR, SUBIR Y APILAR EN UN PROCESO RECURRENTE

Estos términos introducidos en el lenguaje inicial de los estudios sobre Inteligencia Artificial, nos indica la forma de operar en los procesos recurrentes. *Bajar* significa suspender las operaciones de la tarea que se está desarrollando, pero sin olvidar en que punto se ha dejado, para abordar una nueva tarea. Esta última se dice que está en "un nivel más bajo" que la anterior. *Subir* significa justamente lo contrario –cerrar operaciones a un nivel, y reanudar otra operación justamente en el sitio en donde se había dejado, ascendiendo un nivel.

La cuestión es ¿cómo recordar exactamente donde nos habíamos quedado en cada nivel? Cuya respuesta es que hay que almacenar la información relevante en una *pila*, que es una tabla que nos dice: donde estábamos en cada nivel y cuales eran los hechos relevantes que conocíamos en el punto de la interrupción. Cuando *subimos* un nivel para reanudar nuestra tarea, la *pila* es la que nos proporciona de nuevo el contexto en el que se había interrumpido la tarea.

Recurrencia musical

Aunque con frecuencia pasen desapercibidos, los procesos recurrentes son muy frecuentes en las composiciones musicales, especialmente en las obras del periodo barroco. Es frecuente que oigamos la música de forma recurrente, creando una *pila* mental de las claves, y a cada nueva modulación *bajamos* una nueva clave en la pila. Como consecuencia de ello, posteriormente, queremos oír la secuencia de claves interpretadas en sentido inverso -subiendo las claves almacenadas en la pila de una en una, hasta alcanzar la tónica. Aunque esto no ocurre de forma totalmente rigurosa, si proporciona una buena orientación de lo que ocurre en la audición de la música.

Cualquier persona con cierta formación musical construye, al oír una obra, una *pila* rudimentaria (superficial) formada por dos claves. En esta pequeña pila, se introducen la clave tónica (es la clave con la que estamos familiarizados en la obra, la que nos produce bienestar, como el volver a casa) y la "seudotónica" más próxima, esto es la que el compositor pretende alcanzar. De esta forma el oyente sabe cuando la clave tónica verdadera ha sido recuperada lo que le produce una sensación de "alivio". El oyente puede distinguir también entre un respiro *puntual* de la tensión –por ejemplo una resolución dentro de la seudotónica- o una *resolución global*. Una pseudoresolución aumentaría la tensión global en lugar de suavizarla, creando una sensación de ironía.

Juan Sebastián Bach compuso *El Pequeño Laberinto Armónico*, que constituye un claro ejemplo de música recurrente. En la obra Bach intenta perdernos en un laberinto de cambios bruscos de tonalidad. Este efecto nos desorienta rápidamente de manera que no sabemos cuál es la dirección correcta. No somos capaces de saber donde está la clave tónica verdadera, a menos que tengamos un oído perfecto o que, como Teseo gocemos de la amistad de una Ariadna que nos provea de un hilo salvador. En este caso el hilo que nos guía en este laberinto musical es la partitura de la obra. Esta obra nos indica como carecemos de *pilas mentales* lo suficientemente profundas para que nos guíen en estos piélagos musicales.

En El Pequeño Laberinto Armónico Bach juega con nosotros. La clave tónica de la obra es do mayor, que es con la que queremos terminar. Bach se aleja entonces de esta calve con intención de retornar a ella de vez en cuando. A lo largo de la obra utiliza acordes y melodías ambiguas que nos conducen lejos de la tonalidad principal, por ello la tensión crece, sentimos un deseo imperioso de volver a escuchar la tónica. Pero el compositor utiliza su conocimiento de las progresiones armónicas y manipula nuestras emociones, acrecentando en nosotros la esperanza de escuchar la tónica. El autor modula, o sea, establece una meta temporal distinta a la resolución en la tónica. De esta forma desvía la tensión armónica de manera que realmente deseamos que la resolución se produzca en una nueva tonalidad, nos desorienta. Ello provoca una situación compleja porque aunque momentáneamente deseamos terminar en una nueva tonalidad, en la profundidad de nuestra mente se mantiene en todo momento el deseo de volver a la meta que nos habíamos fijado originalmente, volver a la tonalidad do mayor. Bach modula de do a sol, que establece como meta secundaria, que nos puede confundir como falso bien deseado. Creemos llegar al final cuando solo se h alcanzado una meta subsidiaria. Cuando escuchamos música, nuestro cerebro hace "cálculos" por nosotros y permite a nuestras emociones saber que quieren escuchar. Bach usa ciertos trucos armónicos para engañar a nuestra sensibilidad y llevarnos a una falso y prematuro final. Este proceso recurrente de la música es extrapolable a otras facetas de nuestra actividad mental, en la forma de "ver" la realidad, el mundo que nos rodea, y encontrar su *significación.* Por ello, nuestra forma de aprehender la realidad puede estar influida por las trampas que nos tiende nuestra propia forma de conocer, nuestras limitaciones en el lenguaje, nuestros prejuicios culturales y todo lo que representa la introducción *significaciones pasivas* al propio proceso del conocimiento. De ahí el interés de utilizar procesos formales para el estudio de esta realidad, de manera que la "fría" imagen de los símbolos "desnudos" nos guíen a través de estos laberintos de recurrencias engañosas y asociaciones equívocas.

Otros procesos recurrentes

La recurrencia podemos encontrarla en otras muchas facetas de la actividad humana cotidiana y de la ciencia. Uno de los casos más próximos son los procesos recurrentes en el lenguaje, para el que tenemos una capacidad de *apilamiento* mental muy desarrollada. La estructura gramatical de todos los lenguajes implica la elaboración de *apilamientos* más o menos complicados, aunque la dificultad para comprender una frase aumenta progresivamente con el número de *bajadas* al *apilamiento.* Este proceso es muy característico en el alemán, cuya estructura de verbo al final ha dado lugar a numerosas anécdotas y juegos de palabras.

Los procesos recurrentes tienen un papel muy importante en matemáticas y son muy numerosos los casos que pueden citarse. Comentemos dos ejemplos. Si se considera la representación una función del tipo INT(x), en la que x adopta valores entre 0 y 1. Si x toma valores correspondientes a otro par de enteros n y $n+1$, basta con encontrar el valor de INT(x-n) y luego sumarle n. De esta forma resulta una representación con estructura muy saltarina, con un número infinito de porciones curvadas, que se van haciendo más y más pequeñas hacia las esquinas de la representación y al mismo tiempo cada vez menos y menos curvadas. Si ahora observamos las distintas porciones comprobamos que cada una de ellas es una copia de la figura completa, solo que curvada! Las implicaciones que surgen son muy exóticas. Una es que la gráfica de INT consta sólo de copias de sí mismo, integradas en si mismo hasta una profundidad infinita. Si cogemos una de las porciones de la gráfica, independientemente que sea pequeña, se obtiene una copia de toda la gráfica –de hecho infinitas copias de si mismo!

El hecho de que INT sólo conste de copias de si mismo puede hacernos pensar que es demasiado efímera para existir. Su definición parece demasiado circular. ¿Cómo romper este círculo? Lo más importante para describir INT es que no basta decir que la figura "consta de reproducciones de sí misma", sino que hay que considerar la otra mitad del proceso, la "mitad no recurrente", que nos dice donde se sitúan estas copias dentro de la gráfica y *cómo* se deforman en función del tamaño de la misma. Sólo la combinación de estos dos aspectos de INT determinará la estructura específica de su representación. Este comportamiento es análogo al que encontramos en los números de Fibonacci, para los que se necesitan dos líneas, una que define la recurrencia y la otra que define la base (esto es los valores iniciales):

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ... Serie de Fibonacci

si en la base se cambia el segundo 1 por un 3, tendríamos:

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, ... Serie de Lucas

La representación correspondiente a la base en la definición de INT es una figura compuesta por numerosas casillas, que muestran *donde* las copias deben ir y *cómo* se distorsionan. De esta forma tendremos el "esqueleto" de INT. Para construir INT debemos colocar una copia pequeña del esqueleto dentro de la casilla, usando la línea curvada interior como guía. Entonces se borran las casillas y las líneas curvadas. Una vez que esto se ha hecho dentro de cada casilla del esqueleto original, tendremos muchos esqueletos "hijo" en lugar de uno grande. Entonces se repite el proceso a un nivel más bajo con todos los esqueletos hijo. Y así una y otra vez... La figura en el límite es la INT, aunque esta nunca se alcanza. Incluyendo el esqueleto dentro de si mismo se construye la gráfica de INT a "partir de la nada". Pero de hecho la "nada" no es tal, es la figura buscada.

Recurrencia en las partículas elementales

Los procesos recurrentes no solo lo encontramos en el lenguaje, las figuras geométricas, o la física teórica relacionada con el estado sólido. Sino que ahora veremos que el mundo en su conjunto está construido sobre procesos recurrentes. Esto tiene que con la estructura de las partículas elementales: electrones, protones, neutrones y los diminutos quanta de la radiación electromagnética llamados "fotones". Veremos que estas partículas están —en un cierto sentido que solo puede ser definido rigurosamente por la mecánica cuántica relativista— incluidas unas dentro de otras de una manera que puede ser descrita recurrentemente, quizá incluso por algún tipo de "gramática".

Hay que tener en cuenta que las partículas no interactuaran entre sí, las cosas serian increíblemente simples. A los físicos les gustaría un mundo así, pues podrían prever fácilmente el comportamiento de todas las partículas. Las partículas exentas de interacción se llaman *partículas desnudas* y son entes hipotéticos e irreales.

Ahora bien, cuando consideramos las interacciones, las partículas se entrelazan entre sí, del mismo modo en que lo hace la gente al casarse. Estas partículas reales se dicen que están "renormalizadas", lo que significa que no se define ninguna partícula si referirla a todas las restantes, las cuales a su vez dependen de la relación con las primeras. Entrando de esta forma en una recurrencia sin final.

Consideremos los electrones y los fotones. También hay que considerar la antipartícula del electrón, el positrón. El fotón es su propia antipartícula. Imaginemos un mundo inane donde un electrón desea propagarse desde un punto A a un punto B siguiendo una trayectoria recta. Un físico trazaría sencilla trayectoria para explicar este movimiento.

Supongamos ahora, la radiación electromagnética, con la que interactúan los electrones y los fotones. Aunque no hay fotones en la escena, se producirán, no obstante, consecuencias profundas, incluso en esta simple trayectoria del electrón, ya que este es capaz de emitir y reabsorber *fotones virtuales* –fotones que sólo representan un parpadeo sin posibilidad de que podamos verlos.

Cuando el electrón se propaga puede emitir y reabsorber, uno fotón tras otro, o incluso producir este proceso de forma anidada.

Las expresiones matemáticas correspondientes a estos procesos -diagramas de Feynman, son fáciles de formular pero son difíciles de calcular más allá del electrón desnudo. Pero lo que realmente complica el problema es que un fotón (real o virtual) en un breve intervalo en el interior de un par electrón positrón. En tal caso esto se aniquilan entre sí, y, como por arte de magia, el fotón original reaparece.

Estos procesos virtuales pueden anidarse uno dentro de otro hasta profundidades arbitrarias originando diagramas de comportamiento de gran complejidad. Un ejemplo sería el de un simple electrón que sigue una trayectoria lineal de izquierda a derecha, de A a B, pero entre ambos puntos realiza una serie de acrobacias sorprendentes, interaccionando con fotones, retrotrayéndose en algunos tramos en dirección contraria, hacia la derecha, esto es, moviéndose en contra del tiempo por conversión en una antipartícula, un positrón; volviendo otra vez a su sentido normal de marcha.

Este comportamiento del electrón sigue una determinada "gramática", y en estos diagramas sólo son posibles determinadas interacciones, así el fotón no puede emitir y reabsorber un electrón. Esta interacción estaría "prohibida". Esta gramática es el resultado de las leyes de la física, como las de la conservación de la energía, la conservación de la carga eléctrica, y otras análogas. De esta forma es posible trazar una serie redes de transiciones recurrentes que definan la "gramática" de la interacción electromagnética.

Cuando los electrones y fotones desnudos se integran en estas arbitrariamente enmarañadas trayectorias, se dicen que están *renormalizados*. Por tanto, para comprender como se propaga un electrón real, material, entre A y B, el físico debe considerar una especie de "media" de todas las infinitas trayectorias, que pueden seguir las partículas virtuales, en un laberinto recurrente. La existencia de una partícula real va acompañada, por tanto, de una "nube" de partículas virtuales que la envuelven a medida que se propaga. Y cada una de estas partículas virtuales de la nube arrastra, también, su propia nube virtual, y así hasta el infinito.

Los físicos atómicos consideran que tal complejidad excede las posibilidades de manipulación, de forma que para entender el comportamiento de electrones y fotones deben efectuar aproximaciones que omiten todo lo que vaya más allá de los diagramas de Feynman muy simples. Afortunadamente, cuanto más complejo es un diagrama, menor es su contribución al resultado final real. No se conoce ningún método que permita resumir y compendiar los infinitos diagramas posibles, destinados a manifestar el comportamiento del electrón real, completamente renormalizado. No obstante considerando de forma aproximada un centenar de diagramas sencillos para ciertos procesos, los físicos han podido predecir, correctamente, un valor (el llamado factor *g* del muón) con hasta nueve decimales.

La renormalización no sólo afecta a los electrones y fotones. Siempre que exista interacción entre cualquier tipo de partículas, los físicos utilizan la noción de renormalizacion para comprender estos fenómenos. Así los protones, neutrones, neutrinos, mesones pi, quarks —todos los ejemplares de la fauna subatomica— cuentan, dentro de la teoría física, con versiones desnudas y renormalizadas. Y de todos estos billones de burbujas dentro de burbujas está constituidos los componentes, a veces elusivos, a veces abominables, esplendorosos al fin, de este mundo.

Lo idéntico y lo semejante

El problema de la recurrencia nos lleva al problema de la semejanza. Ya que la recurrencia es un dominio en el que "semejanza dentro de las diferencias" desempeña un papel primordial. La recurrencia considera que la "misma" cosa o fenómeno se produce en diferentes niveles al mismo tiempo. Pero los acontecimientos que se producen en diferentes niveles no son exactamente los mismos, aunque encontramos en ellos algunas características invariable y comunes, a pesar de de las numerosas diferencias que se observan.

Esta visión de la recurrencia como conjunción de lo "semejante dentro de lo diferente" ha sido desarrollada por Escher en su obra *Pez y escamas*, en el representa peces cuyas escamas son repeticiones de los propios peces. Por supuesto que estos peces y escamas son iguales sólo cuando se observa en un plano suficientemente abstracto. Todo el mundo sabe que las escamas de los peces no son copias pequeñas del pez; sin embargo, el ADN del pez, recluido en todas y cada una de las células del pez, es una "copia" muy "replegada" de todo el pez –luego el dibujo de Escher contiene una aproximación a esa verdad.

Otra figuración de Escher lleva el nombre de *Mariposas*. ¿Qué tienen en común todas las mariposas del mundo?. La proyección de una mariposa sobre otra no manifiesta una correspondencia célula por célula, sino ente parte funcionales, y esto puede reflejarse en parte microscópicamente y en parte microscópicamente. Este es el tipo de isosorfismo que vincula entre sí a las mariposas del grabado de Escher. La problemática es la misma que la planteada con el ADN del pez, todas estas entidades "semejantes pero distintas" tienen algo en común, tienen una rúbrica, que le confieren identidad propia en cada fragmento de la misma, por minúsculo que este sea. Desde las células a las obras artísticas hay algo que le da "estilo" y que las identifica.

Lo natural y lo artificial

Para nosotros la diferencia entre objetos naturales y artificiales nos parece La distinción entre lo idéntico y lo semejante nos lleva a otra distinción importante, también muy relacionada con los procesos recurrentes, la diferencia ente lo natural y lo artificial. Un trozo de mineral, una montaña, un mar o una nube son objetos naturales; un plato, un traje, un automóvil son objetos artificiales, *artefactos* (productos del arte o de la industria). Cuando se analice con más detalles esta clasificación se verá, sin embargo, que las categorías establecidas no son tan inmediatas, ni estrictamente objetivas. Sabemos que el plato ha sido configurado por el hombre con vistas a un determinado uso, a un *objetivo*, que se ha planificado con anterioridad. El objeto materializa la *intención* preexistente que lo ha creado y su forma se explica por el objetivo, por la finalidad esperada, incluso antes de que esta se alcanzara. Nada de esto encontramos en un río o en una montaña, de los que sabemos o pensamos que han sido configurados por el libre juego de las fuerzas de la naturaleza, a las que no sabríamos atribuir ningún *proyecto*. En este planteamiento estamos considerando que la Naturaleza es *objetiva* y no *proyectiva.*

Por tato, es el carácter de nuestra forma de actuar, que es consciente y proyectiva, el ser nosotros mismos fabricantes de artefactos, lo que determina nuestra diferencia entre lo *natural* y lo *artificial* de un objeto o entidad cualquiera. ¿Sería entonces posible definir mediante criterios objetivos y generales las características de los objetos artificiales, productos de una actividad proyectiva, consciente, frente a los objetos naturales, resultantes del juego gratuito de las fuerzas físicas? Para asegurarse de la entera objetividad de los criterios escogidos, lo mejor seria preguntarse si, utilizándolos, se podría elaborar un programa que permitiera a un dispositivo distinguir un artefacto de un objeto natural.

Un programa así podría encontrar aplicaciones de sumo interés. Supongamos que una nave espacial terrestre se posase en Venus o en Marte; una cuestión importantísima seria el conocer si estos planetas están habitados por seres inteligentes capaces de una actividad proyectiva, presente o pasada. Para ello, habrá que reconocer sus *productos*, por diferentes que sean de los productos de la industria humana. Ya que no tenemos información sobre la naturaleza de estos seres, y de los proyectos, sería necesario que el programa utilice sólo criterios muy generales, basados exclusivamente en la estructura y la forma de los objetos examinados, prescindiendo de su función eventual.

Se podrían utilizar dos criterios: forma y repetición. La forma puede distinguir los objetos naturales, configurados por el juego de las fuerzas físicas, que no suelen presentar estructuras geométricas simples, por ejemplo, superficies planas, aristas rectilíneas, ángulos rectos, simetrías exactas. Mientras que los artefactos presentarían, en general, precisamente esas características, aunque solo fuera de forma aproximada y rudimentaria.

El criterio de repetición sería sin duda el más decisivo. Ya que el proyecto de mentes *proyectivas* debería ser producir artefactos homólogos, destinados al mismo uso, reproducen renovadamente, de modo muy aproximado, las intenciones constantes de su creador. Bajo este punto de vista, el descubrimiento de numerosos objetos de formas bastante bien definidas (*objetos artificiales)* seria una pista importante.

Además los objetos a examinar serian de dimensiones macroscópicas, pero no microscópicas. Consideraríamos como dimensiones macroscópicas las medibles en centímetros y por microscópicas las medibles en Angstroms (10-8 cm). Esta precisión es indispensable porque, a escala microscópica, se podría acceder a estructuras atómicas o moleculares cuyas geometrías simples y repetitivas no testimoniarían evidentemente un proyecto consciente y racional, sino el resultado de las leyes químicas.

Si esta sonda espacial se probara en la propia Tierra para comprobar sus posibilidades interpretativas, supongamos que se ensaya en un bosque, la maquina examina y compara las dos series de objetos más destacables de los alrededores: las casas de una urbanización y los riscos de un área escarpada del bosque. Utilizando los criterios de *forma*, de simplicidad geométrica, y de *repetición*, la máquina decidirá fácilmente que los riscos son objetos naturales, mientras que las casas son artefactos.

Centrando ahora su atención sobre objetos de dimensiones más reducidas, la maquina examina unos pequeños guijarros, descubriendo al lado de ellos cristales, por ejemplo de cuarzo. Siguiendo los mismos criterios, deberá, evidentemente, llegar a la conclusión de que, si bien los guijarros son naturales, los cristales de cuarzo son objetos artificiales. Lo que evidencia un *error* en la estructura del programa. Ese error tiene su origen en una cuestión interesante, ya que los cristales poseen unas formas geométricas perfectamente definidas, ¿reflejará directamente la estructura macroscópica externa la estructura interna microscópica, simple y repetitiva, de los átomos o moléculas que los constituyen. En otros términos, ¿es el cristal la expresión macroscópica de una estructura microscópica? Este *error* seria fácil de eliminar, ya que todas las estructuras cristalinas *posibles* son conocidas.

Supongamos que ahora la maquina estudia otro tipo de objeto, por ejemplo, una colmena de abejas silvestres, la cual se encontraría en la categoría de *artificial.* Respondería, evidentemente, a todos los criterios de un origen artificial: estructuras geométricas simples y repetitivas del panal y de las células constituyentes, por lo que la colmena seria clasificada en la misma categoría de objetos que las casas de la urbanización. ¿Qué pensar de este juicio? Sabemos que la colmena es "artificial" en el sentido que representa el producto de la actividad de las abejas, mas tenemos buenas razones para creer que esta actividad es estrictamente automática, fruto del instinto, pero no conscientemente proyectiva. Además, es habitual considerar a las abejas como seres "naturales". Por tanto, ¿No habría una contradicción al considerar como "artificial" al producto de la actividad automática de un ser "natural"?

Si seguimos con esta serie de consideraciones se vería que si hay contradicción no es por culpa de un error de programación, sino de la ambigüedad de nuestros juicios. Porque si la maquina examina ahora no la colmena, sino las abejas mismas, sólo podrá ver objetos artificiales altamente elaborados. Un examen superficial revelará en las abejas elementos de simetría simple: bilateral y traslacional. Además, sobre todo examinando abeja por abeja, el programa observara que la extrema complejidad de su estructura (número y posición de los pelos abdominales, o nerviaciones de las alas) se encuentra reproducida en todos los individuos con una extraordinaria fidelidad. Prueba segura de que estos seres son productos de una actividad deliberada, constructiva y de orden superior. Sobre la base de estos informes, "la máquina" llegaría a la conclusión de que la Tierra está poblada por seres poseedores de una industria enormemente evolucionada

Esta pequeña fantasía nos ilustra sobre la dificultad de establecer una distinción sobre algo que nos parece tan intuitivamente evidente como los objetos "naturales" y "artificiales". Los criterios estructurales macroscópicos que hemos empleado no nos permite llegar a una definición de lo artificial que, incluyendo todos los "verdaderos" artefactos resultantes de la industria humana, excluya objetos tan evidentemente naturales como las estructuras cristalinas, así como los propios seres vivos, que sería deseable clasificar entre los sistemas naturales.

Si analizamos las causas de los "errores" cometidos por la máquina, se pensará, sin duda, que estos surgen de la limitación que hemos introducido en la máquina y su programa, al circunscribirnos, exclusivamente, a consideraciones de *forma*, de estructura, de geometría. Privando de este modo a la noción de objeto artificial de su contenido esencial: el ser un objeto con una *finalidad* para la que lo creó el inventor. Sería necesario programar de nuevo la *máquina* para que estudie no sólo la estructura de los objetos, sino también su *finalidad* con objeto de establecer diferencias más sólidas entre su *naturalidad* o *artificialidad.*

Supongamos que el nuevo programa permite a la máquina analizar simultáneamente la forma y la finalidad de dos series de objetos como caballos corriendo sobre una pradera y automóviles circulando por una carretera. El análisis llevará a la conclusión de que estos objetos son *comparables*, en cuanto están concebidos para realizar desplazamientos rápidos, aunque sobre superficies diferentes, lo que demuestra sus diferencias de estructura. Por otro lado, si la máquina comparase las estructuras y la finalidad del ojo de un vertebrado con las de un aparato fotográfico, también encontraría profundas analogías: lentes, diafragmas, obturador, pigmentos fotosensibles. Los mismos componentes tendrían en ambos objetos finalidades análogas.

He citado este ejemplo, clásico, de adaptación funcional en los seres vivos, para subrayar lo difícil que resulta querer negar que el órgano *natural*, el ojo, representa el termino de un "proyecto" (el de captar imágenes), completamente análogo al que llevó a la consecución del aparato fotográfico. Por lo que seria absurdo no llegar a la conclusión de que el proyecto que *explica* el aparato no sea el mismo que dio al ojo su estructura. Todo artefacto es un producto de la actividad de un ser vivo que expresa así, y de forma particularmente evidente, una de las propiedades fundamentales que caracterizan sin excepción a todos los seres vivos: la de ser *objetos dotados de un proyecto* que a la vez representan en sus estructuras y cumplen con sus *finalidades* (entre las que puede estar la elaboración de artefactos). Esto establece una diferencia fundamental entre los seres vivos y os seres inanimados.

Esta diferencia podría considerarse en la propia definición de ser vivo, que además de poseer estructuras, como todos los demás sistemas presentes en el universo, son entidades dotadas de un proyecto, de un proyecto que desarrollan en el tiempo, llamaremos a esta propiedad *cronoteleonomia.*

Se notara sin embargo que esta condición, aunque necesaria para la definición de los seres vivos, no es suficiente, ya que no propone criterios objetivos que permitan distinguir los seres vivientes de los artefactos, productos de su actividad. No basta con señalar que el proyecto que da vida a un artefacto pertenece al animal que lo ha creado, y no al objeto artificial. Esta noción, evidente, es demasiado subjetiva, y la prueba de ello es que seria difícil de utilizar en una *maquina,* a la que haría que dotar de un programa para hacerlo. Sería difícil desarrollar un sistema formal que pudiera generar el *programa* de nuestra máquina. ¿Cómo podríamos saber que el proyecto de captar imágenes —representado por un aparato fotográfico— pertenece a un objeto diferente del aparato fotográfico mismo? Por el solo examen de la estructura acabada y el análisis de sus *finalidades,* es posible identificar el proyecto, pero no a su autor.

Para lograr este objetivo, es preciso un programa que estudie no solo el objeto en el momento presente, sino su origen, su historia y, para empezar, su modo de construcción, la *artesanía* que lo ha producido, y los *materiales* que se han empleado. Nada se opone, al menos en principio, a que un programa así pueda ser formulado. Este programa permitiría discernir, entre un artefacto, por perfeccionado que fuera, y un ser vivo. La maquina no podría en efecto dejar de constatar que la estructura macroscópica de un artefacto (se trate de un panal, de una presa erigida por castores, de un hacha paleolítica, o de un vehiculo espacial) es el resultado de la aplicación a los materiales que lo constituyen de determinadas fuerzas *exteriores.* La estructura macroscópica, una vez acabada, no atestigua las fuerzas de cohesión internas entre átomos o moléculas que constituyen el material, y que le confieren propiedades generales, como densidad, dureza, ductilidad, etc., sino las fuerzas *externas* que lo han *configurado.*

Por otro lado, es importante que el hipotético programa sea capaz de distinguir el hecho, de que la estructura de un ser vivo resulta de un proceso totalmente diferente a los *objetos* artificiales, ya que no debe casi nada a la acción de fuerzas exteriores, y en cambio lo debe todo, desde su *forma* genérica, a los más pequeños detalles a interacciones morfogenéticas internas al mismo objeto. Esta estructura testimonia pues un determinismo autónomo, preciso y riguroso, que implica una "libertad" casi total con respecto a los agentes o a las condiciones externas, capaces seguramente de trastornar este desarrollo, pero incapaces de dirigirlo o de imponer al objeto viviente su organización. Este carácter autónomo y espontáneo de los procesos morfogenéticos que construyen la estructura macroscópica de los seres vivos, los distinguen de manera radical de los artefactos, así como también de la mayoría de los objetos naturales no vivientes, en los que la morfología macroscópica es "moldeada" en gran parte por la acción de agentes externos. Podemos considerar una excepción: los cristales, cuya geometría característica refleja las interacciones microscópicas internas del mismo objeto. Por este criterio tan solo, los cristales serian clasificados por nuestra "máquina" junto a los seres vivientes, mientras que artefactos y objetos naturales, configurados unos y otros por agentes externos, constituirían otra clase.

Habiendo "descubierto" por tanto, que un determinismo interno, autónomo, asegura la formación de las estructuras extremadamente complejas de los seres vivientes, el "hipotético" programa de reconocimiento de la *naturalidad* de los objetos, que estamos diseñando, debería tener en cuenta tales estructuras representan una cantidad considerable de información de la que falta identificar la fuente: porque toda información expresada, o recibida, supone un emisor.

MÁQUINAS QUE SE REPRODUCEN

Pero en este análisis de las características definitorias de "lo natural" tenemos que considerar, todavía, una característica sorprendente, quizá la más sorprendente de todas: que el emisor de la información expresada en la estructura de un ser vivo es *siempre* otro objeto idéntico al primero. Esto representa un descubrimiento excepcional: ¡los seres vivos son "máquinas" capaz de reproducirse! Transmitiendo de forma invariable la información que contienen en relación a su propia estructura. Esta información es muy rica abundante ya que describe una organización enormemente compleja, pero integralmente conservada de una generación a otra. A esta nueva propiedad le podemos llamar *invariancia.*

La reproducción invariante de los seres vivos y las estructuras cristalinas se encuentran una vez más asociadas y son opuestas a los demás objetos conocidos del universo. Se sabe que ciertas sustancias, en disolución sobresaturada, no cristalizan, a menos que se inocule la disolución con gérmenes de cristales. Además, cuando se trata de un cuerpo capaz de cristalizar en dos sistemas diferentes, la estructura de los cristales que aparecen en disolución será determinada por la de los gérmenes empleados. Sin embargo, las estructuras cristalinas representan una cantidad de información muy inferior a la que se transmite de generación en generación en los seres vivos más simples que conocemos. Este criterio puramente informativo, conviene destacarlo, permite distinguir a los seres vivos de los restantes objetos.

Por tanto, los seres vivos se destacan por ser portadores de un proyecto, un proyecto con una importante componente temporal, un proyecto que se desarrolla en el tiempo, son seres dotados de *cronoteleonomía,* este hecho los distingue de los restantes objetos, naturales o artificiales, ya que poseyendo todos una *finalidad*, sólo los seres vivos tienen este proyecto temporal. Así, considerando el ejemplo que compara la cámara fotográfica con el ojo de un vertebrado, aun teniendo ambos "objetos" estructuras y *finalidades* semejantes: captar imágenes. La cámara de fotos agota en ello su *finalidad*, su proyecto, no forma parte, por tanto, de un proyecto más amplio. Mientras que el ojo del vertebrado, es un proyecto particular, que forma parte de un proyecto más general, que ya empezó antes en el tiempo, aún antes que se formara el propio ojo en el vertebrado, la conservación de la especie, su pervivencia en el tiempo.

Los seres vivos son objetos extraños. Los hombres de todos los tiempos siempre han sido conscientes, en mayor o menor medida de su *extrañeza*. El desarrollo de las ciencias de la naturaleza a partir del siglo XVII, lejos de borrar esta sensación, la ha agudizado. Bajo la perspectiva de las leyes físicas la existencia de la vida parece una paradoja, ya que parece violar ciertos `principios básicos principios fundamentales sobre los que se basa la ciencia moderna. Esto es lo que ocurre con la contradicción aparente entre la multiplicación de estructuras altamente ordenadas y el segundo principio de la termodinámica, el cuál establece que todo sistema macroscópico tiene que evolucionar hacia la degradación del orden que lo caracteriza. No obstante, esta contradicción es más aparente que real, ya que este principio de la física está referido a sistemas energéticamente aislados. Así, en la formación de cristales a partir de una disolución saturada, el crecimiento local del orden que representa el ensamblaje de moléculas, inicialmente desordenadas, en una red cristalina, queda perfectamente explicada por la transferencia de energía térmica de la fase cristalina a la disolución. La entropía (el desorden) del *sistema en su conjunto* aumenta en la cantidad prescrita por el segundo principio.

¿Sería posible tener una verificación de no violación del segundo principio, análoga a la descrita para los cristales, pero aplicable a los seres vivos? Consideremos el siguiente ejemplo, propuesto por Jacques Monod en su obra el "Azar y la Necesidad": Tomemos un mililitro de agua conteniendo algunos miligramos de glucosa, así como sales minerales que contengan los elementos esenciales integrantes de las moléculas y estructuras de los seres vivos (nitrógeno, fósforo, azufre, etc.). Sembremos en este medio una bacteria de la especie *Escherichia coli*. En el espacio de 36 horas la disolución contendrá miles de millones de esta bacteria. Podremos comprobar que alrededor del 40 % de azúcar se ha sido convertido en constituyentes celulares, mientras que el resto ha sido oxidado a CO_2 y H_2O. Si la experiencia se realiza en un calorímetro que permita determinar el balance termodinámico de la operación, se podrá comprobar que la entropía del conjunto –bacterias más medio- ha aumentado un poco más que el mínimo prescrito por el segundo principio. Por tanto, a pesar que la estructura extremadamente compleja que representa la célula bacteriana ha sido no solamente conservada sino multiplicada millares de millones de veces, la deuda termodinámica que corresponde a este proceso ha sido debidamente compensada.

No se produce, pues, ninguna violación mesurable del segundo principio. Sin embargo, considerando este fenómeno puede comprenderse que el proceso está orientado en una sola dirección, la multiplicación de las células, lo que no contradice el segundo principio de la termodinámica, todo lo contrario. No se contentan con obedecerlas, las utilizan; como lo haría un buen ingeniero, para cumplir con la máxima eficacia el proyecto que tiene encomendado, realizar el objetivo primordial de toda célula: reproducirse, producir tantas *copias* de si mismo como sea posible.

Por tanto, la aparente contradicción de producir entidades organizadas a partir de un medio desordenado, frente a las leyes de la termodinámica, se salva mediante un sistema químico enormemente sofisticado; en el que las biomoléculas, ahorrando energía a un nivel difícilmente alcanzable por cualquier máquina humana, explotan las leyes físicas en beneficio de crear estructuras complejas y reproducirlas. Pero en realidad esto representa una clara contradicción epistemológica, Hasta ahora el método científico se ha basado en el postulado de la objetividad de la naturaleza, esto es, en considerar que no puede originar un conocimiento verdadero cualquier interpretación de los fenómenos basada en términos de causas finales, o sea, de proyecto a realizar. Postulado puro, pero siempre indemostrable, ya que es imposible imaginar una experiencia que pudiera demostrar la *no existencia* de un proyecto, de un fin perseguido, en cualquier aspecto de la naturaleza.

Pero resulta muy difícil desembarazarse del postulado de objetividad, o al menos de alejarse de él, sin salirse de la propia ciencia. Esto determina una importante contradicción epistemológica de la que resulta muy difícil salir, si es que se logra.

SIMETRÍA Y ASIMETRÍA

La exploración de la asimetría y de la asimetría en la Naturaleza comenzó con el mayor de los objetos naturales, el Universo. Después fuimos descendiendo gradualmente por la escala del tamaño a estructuras cada vez más pequeñas. Las diversas subunidades que componen todas las sustancias materiales, animadas e inanimadas. Desde las partículas subatómicas al átomo, de las moléculas a los cristales (las estructuras inertes de organización más elevada), y de ahí a las moléculas de la vida, los aminoácidos, los ácidos nucleicos y los cristales aperiódicos, protagonistas de la herencia. Por último los grandes actores del metabolismo y del quimismo vital, las proteínas.

Vivimos en un mundo de tres dimensiones. Las figuras geométricas de dimensión 3 son estudiadas por la geometría espacial. Si limitáramos nuestra atención a dos dimensiones entraríamos en el campo de la geometría plana. Podríamos, incluso, descender un peldaño más y considerar figuras de una dimensión 1, o sea, figuras que colocaríamos sobre una línea recta. ¿Cómo sería la naturaleza de las imágenes especulares en estos tres espacios?

Si colocamos a lo largo de una línea recta imaginaria que incide perpendicularmente sobre un espejo, la imagen del alfiler vista por el mismo, suponiendo que la gruesa cabeza del alfiler pudiera "ver", sería un punto abultado, ya que para el alfiler su "espejo" es un solo punto de su recta. Por tanto, la imagen del alfiler no es superponible con la de su "espejo" unidimensional, no es simétrica, ya que la parte aguzada del alfiler "real" está hacia fuera del espejo mientras que la parte aguzada del alfiler "reflejado" está hacia dentro del mismo. Para hacer coincidir la imagen real y reflejada habría que sacar al alfiler de su recta y llevarlo a una dimensión superior, al mundo de dos dimensiones.

Si aplicamos el mismo razonamiento a una escuadra de delineante nos encontraríamos en un mundo de dos dimensiones, y su "espejo" sería una línea recta frente a ella. En este caso, la escuadra "mágica", dotada de vida, se vería en su "espejo" como una línea, que tampoco sería superponible porque de nuevo carece de simetría. Habría que llevarla a un mundo de tres dimensiones para que la escuadra pudiera superponerse a su imagen especular.

Los objetos sólidos asimétricos son los que carecen de planos de simetría y no se les puede hacer coincidir con sus imágenes por mucho que se les haga girar, como ocurre con los tornillos, las conchas de los caracoles o las plantas trepadoras.

Dos figuras asimétricas que poseen cada una de ellas una imagen especular de la otra se llaman *enantiomorfas*. Un ejemplo muy conocido son nuestras manos. Si se las ponen juntas, palma contra palma, se comprueba que cada una es la imagen especular de la otra. Un par de guantes son también enantiomorfos, así como los zapatos. Los ojos de una persona son asimismo enantiomorfos.

Esta transformación mantenedora de la información, que representan las imágenes simétricas se llama isomorfismo y tienen una gran importancia en ciencia. Fenómenos como la violación de la paridad en física o la estructura del ADN, están estrechamente relacionadas con ellas.

En la Tierra, la vida comenzó con simetría esférica. La vida unicelular, flotando en un mar y dando vueltas constantemente asumiría de forma natural una forma esférica, con planos de simetría en todas direcciones. Posteriormente, las formas vivientes que se establecieron en el mar o en la tierra, a partir de estos seres primigenios, adquirieron nuevas simetrías. En la tierra, la gravedad actúa de vector que establece diferencias entre el extremo arraigado y el aéreo de las plantas y determina una simetría cónica, sin planos horizontales de simetría, sólo una infinidad de planos verticales, con componentes cilíndricos (troncos), esféricos (frutos), cónicos (más frutos). También existen plantas asimétricas, como las ya mencionadas trepadoras, formando hélices hacia la derecha (dextrógiras), como el dondiego, o hacia la izquierda (levógiras) como la madreselva. Cuando dos plantas de la misma dirección se entrelazan, el resultado es una serie de ordenadas de hélices entretejidas; cuando se entrelazan plantas que se enroscan en direcciones opuestas se forma una maraña inextricable. En *El sueño de una noche de verano* (Acto 4, escena 1) la reina Titania describe a Fondón (cuya cabeza ha sido convertida por el duende Robín en la cabeza de un asno) su prometido abrazo: "Duerme y yo te rodearé con mis brazos...Así es como la dulce madreselva se abraza suave a la enredadera; así la hiedra se enrosca en los ásperos dedos de los olmos".

En el reino animal, los animales sésiles, incapaces de moverse por si mismos, como las anémonas marinas, suelen tener un tipo cónico de simetría radial, similar a la de muchas plantas. Los animales que se mueven lenta y pausadamente, como los equinodermos o las medusas, que flotan o yacen en el fondo marino, también poseen un tipo de simetría cónica, ya que el alimento o el peligro se aproxima con la misma probabilidad en cualquier dirección. Sin embargo, cuando alguna especie desarrolló una fuerte capacidad de locomoción, este vector modificó notablemente su simetría. Ahora era necesario distinguir la parte frontal, la dirección del desplazamiento, donde iba a encontrar el alimento, de la caudal. La posición de la boca y los ojos representaron, especialmente, este cambio de simetría. La gravedad en este medio también estableció diferencias entre la parte superior (dorsal) e inferior (ventral), que se relacionan con la superficie del agua o el fondo del mar, pero en este medio no era necesario establecer diferencias entre la derecha y la izquierda, por esa razón toda una serie de rasgos importantes –aletas, ojos, etc.- se han desarrollado por igual a ambos lados, originando la simetría bilateral característica de la mayoría de los animales.

En la tierra los reptiles se arrastraron y evolucionaron convirtiéndose en pájaros y mamíferos, conservando la simetría bilateral, ya que no se dieron nuevas condiciones que exigieran un cambio. Un animal en la selva o un pájaro en el aire encuentran su entorno similar a la derecha y a la izquierda, no hay nuevas fronteras, no hay nuevos peligros, no hay nuevas ventajas para cambiar la simetría bilateral, que ya se había adquirido en el mar.

> Tigre, tigre que resplandeces
> en los bosques de la noche,
> ¿qué ojo o mano inmortal
> pudo idear tu terrible simetría?
>
> El Tigre (William Blake)

En el mundo bilateralmente simétrico de los animales se presentan también casos de asimetría. Este es el caso de la mayoría de los animales con estructura helicoidal. Muchas bacterias y los espermatozoos de todos los animales superiores tienen esas estructuras. Pero los ejemplos más notables los encontramos en las conchas de los caracoles y otros moluscos. No todas las conchas espirales son asimétricas, la concha de nautilus se enrosca sobre un plano, y por tanto, puede ser dividida en dos partes, iguales, simétricas, cortadas por un plano de simetría. Pero hay miles de de bellas conchas de moluscos que son hélices cónica, dextrógiras o levógiras. En algunas especies las conchas van siempre hacia la derecha, y en otras ocasiones hacia la izquierda. A veces la orientación de la concha depende de la localización del animal. Todas las especies tienen ejemplares con una orientación "equivocada".

Los murciélagos salen como un enjambre de su cueva, girando invariablemente en una espiral de dirección contraria a las agujas del reloj ¿Podría ser el efecto de Coriolis el causante de esto?, y por tanto, ¿la espiral del hemisferio austral sería distinta que la del hemisferio boreal?, no se tienen resultados concluyentes, pero los científicos siguen investigando sobre ello.

Finalmente, resulta curioso el caso de los peces planos: el lenguado y la platija, que nacen con simetría bilateral, chapoteando cerca de la superficie del mar. Pero cuando se hacen adultos, un ojo emigra lentamente alrededor de la cabeza hasta situarse al lado del otro, como en una cara de Picasso, iniciando una vida escindida que sólo mira hacia un lado.

Cristales y moléculas

Bajemos a un nivel más elemental en la complejidad de las simetrías, la que encontramos en la materia inanimada. Los cristales, los minerales y las moléculas, y consideremos el agua, la molécula más importante de nuestro mundo. Cuando se congela forma bellos cristales de simetría hexagonal, que en la nieve apreciamos como un calidoscopio de mil formas y colores. Este patrón cristalino que procede del hielo, trasmite su simetría a la nieve, y subyace desde las bellas imágenes nevadas del Puente Carlos, hasta los gigantescos icebergs del Ártico.

El anhídrido carbónico, se encuentra en la naturaleza como gas, formando parte de la atmósfera. Cuando su temperatura es lo bastante baja se congela y forma el "hielo seco", ordenándose este "gas" en una retícula cúbica centrada en las caras. Estos cristales cúbicos generan diversas variantes análogas, centradas en el en el cuerpo, como los cristales de sodio, o los de cloruro sódico, cristal iónico, que manifiesta externamente su "alma" cúbica.

Muchos minerales se encuentran en forma de grandes masas irregulares que dan únicamente vagos indicios, si es que los dan, acerca de su estructura cristalina subyacente. Una feliz excepción es el diamante, una forma de carbono cristalino, que habitualmente se encuentra como un solo cristal, de gran regularidad. Su retícula interna, de forma cúbica, permite al diamante adoptar una gran variedad de formas cristalinas. La forma más común en que se presenta es la octaédrica, aunque otras formas más "barrocas" como la dodecaédrica rómbica o la octaédrica hexakis (seis veces octaédrica) se encuentran también en muchos ejemplares. Estos tres tipos de cristales son simétricos; todos poseen muchos planos y ejes de simetría; su estructura procede en todos ellos de la estructura subyacente de la retícula del cristal. El diamante es la estructura reticular que toma el carbono cuando esta sometido a gran presión. Sus átomos están tan próximos que es casi imposible forzarlos a acercase más entre sí. Por ello el diamante sea la sustancia natural más dura que se conoce. En forma de retículas menos compactas, el carbono se convierte en grafito, ya untuoso y frágil, y cuando la estructura reticular desaparece completamente, tenemos el carbón. Esta diferencia de estructura hace también radicalmente diferente al negro hollín que recubre las chimeneas del diamante que brilla en el broche de una dama, aunque la composición química es exactamente la misma.

Pero lo que quizá resulta más singular es la existencia en la naturaleza de cristales asimétricos, como es el caso del cuarzo, cuya retícula tiene una estructura helicoidal compuesta de átomos de silicio enlazados con el doble de átomos de oxígeno. Como sus hélices pueden ir hacia la derecha o hacia la izquierda, el cuarzo tiene dos formas enantiomorfas, que giran a la luz polarizada hacia la derecha o hacia la izquierda. El cinabrio, la principal mena del mercurio también tiene estructura asimétrica, produciendo un giro en el plano de la luz polarizada mucho más marcado que el cuarzo.

Podemos encontrar cristales muchos más sorprendentes que los comentados hasta ahora, los "cristales dotados de vida" de los virus, que pueden tener un comportamiento absolutamente "cristalino", hasta que encuentran un medio adecuado, que los trasmutan, mostrando su faceta más cruel y desolada.

Bajando aun más en la complejidad de las estructuras nos encontramos con las moléculas. Se suscita una cuestión: las moléculas mismas, consideradas como unidades individuales, más allá de la retícula cristalina en la que puedan estar integradas, ¿tienen siempre estructura simétrica? Si es así, tanto el compuesto que se encuentra en la naturaleza como el que se prepara en un laboratorio tendría las mismas propiedades de simetría. Pero para ciertas moléculas con una *estructura atómica asimétrica*, podríamos encontrar o preparar en el laboratorio dos formas con simetría absolutamente diferentes, aunque el compuesto fuese el mismo. Una forma contendría sólo moléculas orientadas hacia la derecha, y la otra hacia la izquierda. Las dos sustancias serían idénticas en todos los aspectos, excepto en que las moléculas tendrían imágenes especulares. Serían *estereoisómeros*.

Jean Baptiste Biot, descubridor de la asimetría de los cristales de cuarzo tuvo la primera "iluminación" sobre la existencia de equivalentes análogos en las moléculas. ¿Podría las moléculas desviar también el plano de polarización de la luz hacia la derecha o hacia la izquierda? ¿Sería posible encontrar moléculas *óptimamente activas*? Cuando Biot disuelve los cristales de cuarzo, estos pierden su estructura asimétrica y las disoluciones resultantes no son óptimamente activas y no giran la luz polarizada. La estructura se ha perdido y la asimetría también se ha perdido. ¿Pero habriá moléculas que sean asimétricas *per se* y mantengan su actividad óptica en disolución? Biot comprobó que las disoluciones de ciertos compuestos orgánicos como el azúcar y el acido tartárico, sustancias que se obtenían de los seres vivos, eran también ópticamente activas! Este hecho era muy importante porque en estas disoluciones no había retícula cristalina capaz de hacer virar la luz polarizada, por lo que la asimetría debía proceder de cada molécula individual. Biot no pudo probar esta hipótesis pero estaba convencido de ello. Está hipótesis de Biot fascinó a Luis Pasteur, entonces muy joven, que comprobó la existencia de fenómenos de actividad óptica en las disoluciones de ácido tartárico, un compuesto presente en las uvas y otras frutas. Comprobó que existía una forma de acido tartárico *racémico,* ópticamente inactiva. Pasteur, que era químico, observó el problema desde un punto de vista químico frente a la visión de físico de Biot. ¿Cómo dos sustancias idénticas, químicamente, eran distintas al hacer virar la luz polarizada en sentidos opuestos? El ácido tartárico la hacia virar, y el ácido racémico no. ¡Era realmente un hecho muy curioso! Pasteur supuso que Biot tenía razón, y debería existir alguna diferencia en la estructura de las moléculas. Pasteur comprueba que al cristalizar el ácido tartárico, sus cristales, observados al microscopio, eran asimétricos, pero todos eran asimétricos de la misma forma, todos estaban orientados en la misma dirección. Sin embargo, los cristales de ácido racémico eran una mezcla en partes iguales de cristales orientados hacia la derecha y cristales orientados hacia la izquierda. ¡La mitad de los cristales eran idénticos a los del acido tartárico, y la otra mitad eran formas enantiomorfas! ¡Eran imágenes especulares no superponibles!

Pasteur, armado con su infinita paciencia, y con la ayuda de un microscopio, separó manualmente los dos tipos de cristales del ácido racémico cristalizado. Posteriormente comprobó que una disolución de una de estas formas cristalinas desviaba el plano de polarización de la luz de la misma forma que el ácido tartárico natural, el extraído de la uva, mientras que la "otra" forma cristalina lo desviaba en la dirección contraria. El descubrimiento de Pasteur confirmó la asimetría de ciertas moléculas.

El segundo gran descubrimiento de Pasteur en este campo, diez años después, fue la comprobación que el crecimiento de un moho en una disolución del ácido tartárico racémico, genera una disolución que es óptimamente activa. El moho solo se "alimentaba" con moléculas de una "mano", pero dejaba inalteradas las moléculas especlares. Había algún tipo de "asimetría" en el metabolismo del moho por la que éste sólo actuaba sobre un tipo de moléculas de ácido tartárico.

"El organismo viviente asimétrico", escribió Pasteur, "selecciona para nutrirse aquella forma concreta de acido tartárico que satisface sus necesidades -la forma que, sin duda, se adapta a su propia asimetría- y deja por completo intacta, o casi, la forma opuesta. El organismo asimétrico exhibe así una facultad que ninguna sustancia química simétrica tradicional posee.

Pasteur comprendió que la mayoría de las sustancias orgánicas que se encuentran en los seres vivos son ópticamente activas. Por el contrario, las disoluciones de compuestos procedentes del mundo inanimado eran invariablemente inactivas. Pasteur llego a la conclusión de que únicamente los seres vivos podían producir moléculas asimétricas de un solo tipo. Este hecho constituía una línea de demarcación entre la química de la materia inanimada y la química de la materia viva. "Las fuerzas inanimadas simétricas -escribió Pasteur-, que actúan sobre moléculas o átomos simétricos, no pueden producir asimetría". Y Pasteur continúa: "Estoy al borde de los misterios, y el velo que los cubre es cada vez mas tenue. La noche me parece demasiado larga", por su deseo de no apartarse de su laboratorio.

Pasteur no tenía modo de conocer la exacta naturaleza geométrica de la asimetría que hacia que una molécula difiriera de su imagen especular; pero no le cabía duda de que tal asimetría existía. "Las estructuras moleculares de los dos ácidos tartáricos son asimétricas -escribió- y, por otra parte, son rigurosamente la misma, con la única diferencia de que muestran asimetría en sentido opuesto. ¿Están los átomos del ácido dextrógiro agrupados en espirales que van hacia la derecha, o situados en los ángulos de un tetraedro irregular, o dispuestos de acuerdo con alguna particular agrupación asimétrica, u otra cosa? No podemos responder a estas preguntas..." Pasteur estaba abriendo una puerta de enorme importancia para la ciencia.

La respuesta la dieron Le Bel y van't Hoff diez años más tarde. El átomo de carbono en un compuesto formado por este elemento esta situado en el centro de una estructura tetraédrica, si los cuatro radicales o grupos atómicos unidos a ese carbono son diferentes la estructura tetraédrica será asimétrica y no superponible a su imagen especular. El carbono es un átomo singular de gran "versatilidad", podríamos decir que este elemento es un gran "ensamblador", que puede unirse con si mismo y con otros muchos elementos con gran facilidad, originando estructuras simples, complejas y muy complejas, que le permiten importantes funciones biológicas y tareas muy especializadas. Hay más del doble de compuestos del carbono que de los restantes compuestos conocidos. Los tejidos y componentes de todos los seres vivientes, desde un virus submicroscópico a un elefante son compuestos del carbono, por lo que se ha definido a la química del carbono cono la química de la vida. Además es la química en la que la esteroisomería se presenta con más frecuencia.

De todos los esteroroisómeros del carbono, los más complejos y también los más numerosos, son las proteínas. El número de proteínas diferentes del cuerpo humano es del orden de 10^6. Una sola célula del cuerpo puede contener miles de proteínas diferentes, con funciones estructurales (el colágeno, la elastina, la queratina), de transporte (la albúmina, la transferían, la hemoglobina), motoras (mosina, kinesina), de almacenaje (ferritina, ovoalbúmina), de señalización (insulina), receptora (acetilcolina), reguladoras de la expresión génica, y sobre todos el amplio grupo de las enzimas que permiten acelerar (catalizar) la gran multitud de reacciones que se produce en el entorno celular, o las hormonas reguladoras de la mayoría de las funciones vitales y el metabolismo.

La esteroisomería juega un papel clave en las funciones de las proteínas, efecto que le transmiten sus componentes básicos, los veinte aminoácidos. El "alma levógira" de estos, su torsión "a la izquierda", se comunica a la columna vertebral de la proteína, como los peldaños de una escalera de caracol, es la "*hélice alfa*". El número posible de moléculas de proteínas es prácticamente infinito, igual que es infinito el número de palabras diferentes que pueden formarse con las letras de nuestro alfabeto. Cuando se considera el hecho de que el "espinazo" de una proteína puede contener un millar de subunidades, de aminoácidos, y que cada unidad puede ser una de veinte variedades diferentes, nos damos cuenta de que las posibilidades para diferentes proteínas superan todo lo imaginable. Naturalmente, es justo esta ilimitada variedad la que hace a las proteínas materiales tan eficaces para la construcción evolutiva de máquinas tan complicadas como las células, como los animales, con sus miles de tejidos especializados que realizan miles de tareas especializadas.

La esteroisomería de las moléculas de la vida son las que hacen a esta diferente como fenómeno natural, ya que ni el calor, ni la gravedad, ni otras fuerzas establecen estas diferencias sobres las moléculas. Sólo la vida "moldea" de esta forma a las moléculas, a "sus moléculas", a las moléculas que la vida necesita para ser lo que es.

La esteroisomería hace que una molécula y solo esa tenga los efecto específicos necesarios, cuando es ingerida o es transportada por el torrente sanguíneo. Dado que el cuerpo de cualquier animal esta fabricado en su mayor parte con compuestos asimétricos, es fácil comprender por que esteroisómeros de "mano" opuesta producen efectos diferentes en el animal, son moléculas que "*van del otro lado*", como dice Alicia. Así si como canta el Caballero Blanco de "Alicia a través del espejo":

Y ahora, si por azar pongo
mis dedos en la cola,
o locamente estrujo un pie
derecho en un zapato izquierdo...

Lo que describe una situación semejante a lo que ocurre cuando interaccionan dos compuestos asimétricos. Hay olores que sólo apreciamos cuando el compuesto tiene una determinada isomería, o sabores que les ocurre lo mismo. A veces un esteroisómero de una "mano" es digerido y asimilado por el organismo, mientas que su gemelo, su imagen especular, es excretado.

Antes de que Alicia pasara a través del espejo, dijo a su gatita: "Te gustaría, Kitty, vivir en la Casa del Espejo? Quisiera saber si allí te darían leche. ¿Acaso la leche de la Casa del Espejo no es buena para beber...? Lewis Carrol no se daría cuenta, posiblemente de la profunda cuestión que suscitaba Alicia. Es verdad que el agua, que constituye el 85% de la leche de vaca tiene una molécula simétrica que no se afecta por su reflexión en el espejo. Pero la leche contiene otros muchos compuestos asimétricos de carbono como la grasa, la lactosa y toda una serie de proteínas y aminoácidos, que posible reflejadas en el espejo de Alicia, no harían "buena" a la leche de la gatita. Eso si, un gato de la Casa del Espejo la encontraría tan sabrosa y nutritiva como la leche "no reflejada" para un gato "no reflejado".

El origen de la asimetría

Pasteur estaba muy interesado en descubrir el origen de la asimetría en la naturaleza. Creía que si lograba averiguar la forma cómo la naturaleza introdujo la asimetría en los compuestos orgánicos, estaría muy cerca del secreto de la vida. Le parecía muy probable que algún género de asimetría en el medio ambiente terrestre habría proporcionado las fuerzas asimétricas necesarias para actuar sobre las primeras unidades vivas, dándole la torsión asimétrica. "La vida tal como se nos manifiesta –escribió- es una función de la asimetría del Universo y de las consecuencias de este hecho... Yo puedo incluso imaginar que todas las especies vivientes son primordialmente, en su estructura, en sus formas externas, funciones de la asimetría cósmica."

Pasteur creía que el magnetismo ofrecía un deslumbrante ejemplo de asimetría natural en el Universo. Si se coloca una aguja magnética encima de un hilo conductor a través del cual pasa una corriente, alejándose directamente de nosotros, la aguja tomara una posición en ángulo recto con el hilo. En lugar de señalar con su polo norte a la derecha, ce la misma manera como señala a la izquierda, la aguja señalará siempre a la izquierda. En realidad este es un fenómeno sólo aparentemente asimétrico, pero en la época de Pasteur el magnetismo era muy poco comprendido y todos los científicos de aquella época pensaban que el magnetismo poseía una asimetría fundamental en contraste con fuerzas simétricas tales como la gravedad y la inercia. Fundándose en esta creencia, Pasteur realizo una gran variedad de experimentos fantásticos, haciendo crecer cristales entre los polos de potentes imanes, esperando que se produjera una mayoría de cristales de cierta "mano". Pero no logró ningún resultado.

Pasteur imaginó también que el desplazamiento del Sol el este al oeste podía ejercer una influencia asimétrica sobre las sustancias. Como la Tierra tiene polos magnéticos norte y sur, acaso el movimiento del Sol, combinado con el magnetismo terrestre, pudiera inducir la asimetría. Mediante el uso de hábiles combinaciones de espejos y mecanismos de relojería pudo cultivar plantas en condiciones en que la luz del Sol pasaba realmente sobre la planta desde el oeste al este, en lugar de seguir la dirección habitual. Pasteur esperaba que de este modo las plantas desarrollarían sustancias ópticamente activas que harían girar la luz polarizada en dirección opuesta a la que normalmente se espera. De nuevo los resultados fueron desalentadoramente negativos.

Desde los tiempos de Pasteur se han ideado muchas teorías en relación a la asimetría de las moléculas, siguiendo las mismas líneas. Se ha pensado que la vida comenzó en un hemisferio donde las fuerzas de Coriolis suministraron de alguna manera la torsión requerida. Si la vida hubiera comenzado en el otro hemisferio, los aminoácidos, sería de "mano" derecha en lugar de "mano" izquierda. Esta teoría no ha logrado mucha aceptación.

Una sugerencia mejor: la luz polarizada elípticamente (un tipo de polarización que se produce cuando la luz es reflejada por una superficie) puede haberse combinado con el magnetismo terrestre para producir la torsión de las moléculas. En experimentos de laboratorio con luz polarizada elípticamente en campos magnéticos se ha logrado sintetizar compuestos de una "mano". La luz reflejada por los primitivos océanos terrestres podría haber tenido esta clase de polarización, pero la mayoría de los bioquímicos no creen que el efecto pueda haber sido lo bastante fuerte para dar una significativa orientación hacia la izquierda a las moléculas orgánicas primigenias de la Tierra.

En 1931, un científico ruso llamado V. Vernadski hizo una asombrosa sugerencia. Algunos astrónomos creen que la Luna fue en otro tiempo parte de la Tierra. Cuando la Luna se separo de la Tierra -razonaba Vernadski-, acaso un colosal tirón de naturaleza asimétrica, comunicó una torsión hacia la izquierda a las moléculas orgánicas que se estaban formando.

Otra idea propuesta por el físico Joseph Rush sugería que quizá las moléculas autorreplicativas de ambos tipos de "mano" se desarrollaron en el caldo primordial, en el que cada molécula se alimentaría solamente con moléculas de su propia "mano". Una hipotética mutación de alguna molécula de la "mano" izquierda le dio la capacidad para alimentarse con moléculas de la "mano" derecha e izquierda, indistintamente. Cuando se multiplicaron, sus descendientes tendrían una fuerte ventaja al competir con rivales que únicamente podían alimentarse con moléculas de su mismo tipo de "mano". Con el tiempo únicamente las especies mutantes, más versátiles, persistirían, y naturalmente comunicarían su "mano" izquierda a toda la progenie.

Todas estas teorías son, realmente, especulaciones. Nadie puede afirmar cómo la vida terrestre adquirió su particular sistema de asimetrías. Casi todos los biólogos están convencidos de que los acontecimientos de hace miles de millones de años, cualesquiera que fueran, no ocurren ahora, ya que las actuales condiciones en la Tierra no son, en modo alguno, las mismas que en las primitivas eras geológicas.

La presencia de una atmósfera de oxigeno, ha protegido a los seres vivos de la poderosa radiación ultravioleta procedente del Sol. Radiación que pudo haber sido esencial como fuente de energía en la formación de las primeras cadenas de moléculas orgánicas. Sea como fuere lo sucedido, es probable que dejara de ocurrir hace miles de millones de años.

ORDEN, CAOS Y JUEGOS

EL ORDEN FRENTE AL CAOS

La forma actual de entender y hacer ciencia ha representado un giro importante en la forma de abordar esta actividad. Ello no quiere decir que previamente y, sobre todo, en la antigüedad, el ser humano curioso no pretendiera dar una explicación más o menos racional a los fenómenos naturales del mundo que le rodeaba, especialmente cuando constataba ciertas regularidades. El Sol salía y se ponía todos los días; la duración del día seguía unas pautas determinadas que se repetían a lo largo del tiempo; al dejar caer una piedra desde una torre aceleraba su movimiento; al fundir cobre con estaño se formaba, siempre, un material mucho más duro, el bronce; la gestación de un niño duraba, aproximadamente, el mismo tiempo.

Estas regularidades le servían para predecir acontecimientos futuros. No sólo eso, se buscaban sincronías entre ciertos fenómenos, de modo que observando unos pudiera predecir lo que iba a ocurrir en otros. Así, la Astrología que posiblemente fue el motor que permitió el desarrollo de la astronomía.

Sin embargo, tanto el conocimiento científico basado en el experimento riguroso, como la aplicación, también rigurosa, de la matemática a la física, la introducción de las experiencias cuantitativas en química, la demostración de la evolución de las especies, el origen de la herencia, o el estudio de los procesos fisiológicos y la predicción de situaciones patológicas, son recientes, muy recientes. Algunas de las figuras más relevantes en los campos que hemos citados puede darnos una referencia temporal, como Galileo Galiei(1564-1642), Newton(1643-1727), Lavoisier (1743-1794), Darwin (1809-1882), Claude Bernal (1813-1878), Mendel (1822-1884).

El paso importante que dieron estos "grandes" de la ciencia fue introducir algún procedimiento de medir, de cuantificar, de transformar la observación en un sistema formal, generalmente numérico, que permitiera su tratamiento más allá de lo subjetivo.

Galileo midió con todo el rigor que le fue posible, y le dio a sus resultados una proyección cuantitativa fundamental. Newton dio un paso definitivo convirtiendo la física en geometría. A partir de él y con contribuciones importantísimas de otros muchos pensadores, como Lagrange, Laplace, Fourier, etc., se construyó el solidísimo cuerpo de lo que ha venido en llamarse la física Newtoniana. Lavoisier crea la química moderna con sus medidas rigurosas sobre la oxidación, la respiración animal y su relación con los procesos de oxidación, la ley de conservación de la masa, y otras muchas aportaciones basadas en el uso de la balanza. Durante su viaje en el Beagle, Darwin estudió las aguas costeras, midió profundidades e indicó las grandes corrientes oceánicas. Apoyó su teoría sobre *la selección natural y el origen de las especies* sobre la existencia de nuevos especimenes, la diversidad de la fauna y la flora en función de los distintos lugares. Así, pudo comprender como la separación geográfica y las distintas condiciones de vida eran los causantes de que las poblaciones animales variaran independiente unas de otras y como unas prevalecían sobre otras, sobre todo bajo la acción de determinadas condiciones ambientales. Claude Bernal consiguió iniciar la medicina experimental y la fisiología. Mendel, con su trabajo callado, sistemático, en el huerto de su convento marco el inicio de la genética y la herencia.

La técnica fundamental de esta forma de conocimiento es el reduccionismo: los fenómenos se despojan de lo accesorio y se simplifican hasta llegar a su esqueleto fundamental, a la raíz del fenómeno, a las ecuaciones que describen la naturaleza, en especial en el caso de la física, o las que describen el comportamiento de los electrones en los átomos y en los enlaces. Es el "paradigma newtoniano", describir el mundo como un reloj perfecto. El tiempo y el espacio eran absolutos y la naturaleza estaba regida por unas leyes precisas y perfectas. Laplace(1749-1827) afirma que una mente que pudiera conocer en un instante dado todas las variables del Universo conocería unívocamente el pasado y el presente del mismo

Estas ideas funcionaron bien y aun siguen funcionando, gracias a ellas vuelan los aviones, se sostienen los puentes y se ha llegado a los confines del sistema solar. Sin embargo, ya en el siglo XIX, se observó que había casos en que el método newtoniano fallaba, sobre todo en los sistemas formados por grandes conjuntos de elementos, por ejemplo los gases. Por ello Bolzmann (1844-1906) y otros científicos desarrollaron la mecánica estadística, parecía pues que existían dos "físicas", una para los sistemas formados por pocos elementos, la mecánica newtoniana, y otra para los formados por muchos elementos, la mecánica estadística. Pero científicos como Poincaré (1854-1912) entrevieron que los sistemas formados por un reducido número de elementos podían evolucionar de modo que progresivamente fuera haciéndose impredecible su comportamiento. Nos dice Poincaré: "El azar no es más que la medida de la ignorancia del hombre"

Los sistemas vienen determinados por un conjunto de condiciones iniciales, sin embargo, estas nunca se pueden conocer con precisión absoluta y en consecuencia poco a poco se puede perder la influencia de las mismas, por lo que los sistemas se pueden hacer impredecibles. Las leyes deterministas se cumplen pero es imposible la solución exacta de las ecuaciones que implican, así por ejemplo los sistemas planetarios, prototipo del máximo reloj cósmico, parecen evolucionar según las leyes de Kepler, que pueden deducirse por aplicación de las de Newton y la ley de gravitación, sin embargo estas leyes sólo son rigurosamente validas si no se consideran las numerosas interacciones entre los diferentes planetas. No obstante. Estas ocurren y producen perturbaciones infinitesimales en el movimiento de estos planetas. ¿Quién asegura que estas perturbaciones no acabarán a lo largo del tiempo por desequilibrar el conjunto volviéndolo "caótico"?

Hay que considerar que las perturbaciones a que hacemos referencia no son producto del azar, son consecuencia de las propias leyes de Newton, pero en un sistema en el que entran en juego muchos elementos, algunos o muchos de los cuales no se tienen en cuenta.

En este momento de la física se producen dos rupturas, la *teoría de la relatividad*, en la cual es espacio y el tiempo dejan de ser absolutos y la masa de un móvil depende de su velocidad, y la *mecánica cuántica*, en la que al binomio *objeto medido - instrumento de medida* se une a un tercero en discordia, el *operador*, quedando limitada la precisión en la medida por el principio de incertidumbre de Heisenberg.

Al abordar problemas muy complejos, en los que participan numerosas variables, como las predicciones meteorológicas, empleando para ello programas informáticos muy elaborados, se puede comprobar que los resultados dependen considerablemente de la secuencia de números que se utilicen en los datos que se utilizan. Así no es lo mismo utilizar una secuencia compuesta por seis decimales, como 0,406127, que utilizar sólo los primeros tres dígitos 0,406. En realidad se trataba de una secuencia muy próxima a la original, en ciencia resulta muy difícil obtener una medida con una exactitud que pueda representarse en un número con tres decimales significativos. Un resultado con cuatro o cinco decimales representativos resulta prácticamente imposible en la mayoría de los casos, por eso se pensaba que era perfectamente "lícito" poder despreciar estos dígitos "no significativo" sin que ello afectara al resultado y a las conclusiones que se derivaran de él.

Sin embargo E. Lorenz demostró en 1961 que esta idea era errónea. El efecto de estos dígitos "no mesurables" podía ser decisivo, sobre todo en los procesos dinámicos, disipativos, esto es que para evolucionar necesitan un aporte constante de energía. Pueden citarse numerosos ejemplos de sistemas de este tipo, como los relacionados con la mecánica celeste (cuando participan tres o más cuerpos), el comportamiento de los fluidos, los láseres y otros sistemas ópticos no lineales, los plasmas, los aceleradores de partículas, las reacciones químicas del tipo Belousov-Zhabotinski, la dinámica de poblaciones (del tipo cazador-presa), diversos sistemas biológicos, y numerosos casos relacionados con la economía y la sociología. El clima, el movimiento de las nubes, el aire que se desplaza sobre las alas de un avión, la sangre que fluye a través del corazón (el infarto es la transición de un estado estable a un estado caótico), las formaciones geológicas, la aparición de flores silvestres en un campo, el ondear de una bandera, el humo de un cigarrillo, el movimiento de una hoja al caer, las epidemias, los conflictos bélicos, los atascos de tráfico, el comportamiento de la bolsa, son ejemplos de este tipo de sistemas que no son controlados por el azar, pero que siguen una dinámica caótica, una dinámica controlada por la dependencia interactiva entre las partes, no la dinámica lineal que por su carácter *determinista* puede predecir fenómenos como los eclipses o el discurrir de un vuelo transoceánico (¡afortunadamente¡).

En los sistemas afectados por una dinámica lineal las cosas del mundo pueden cambiar, pero cambian previsiblemente, y por tanto no puede hablarse, verdaderamente, de *cambio*. Es un mundo rutinario, sin innovaciones genuinas, un mundo en el que no caben cuestiones como las siguientes: ¿cómo pudo surgir, hace cuatro mil millones de años, y a partir de una insulsa sopa de aminoácidos, algo tan extraordinario como una célula viva? ¿Qué raro proceso de pactos entre células individuales se inició hace 600 millones de años para dar lugar a cosas tan dispares como una hormiga, una medusa, una gaviota o un recién nacido?

En resumen, ¿por qué existe algo en lugar de nada? Supercuerdas, partículas elementales, átomos, galaxias, estrellas, planetas, la Tierra, bacterias, cerebros... Si la naturaleza estuviera regida por leyes insensibles a sus condiciones iniciales, si el cambio fuera siempre una tibia homotecia de otro cambio, jamás se hubiera llegado a escribir la *Quinta* de Beethoven o la *Flauta Mágica* de Mozart. Muchos fenómenos del mundo son predecibles, como el péndulo, pero el mundo no es así.

En otros muchos fenómenos se presenta una relación *muy sensible* entre el fenómeno estudiado y las condiciones iniciales que lo rodean. Pequeñísimos cambios en esas condiciones iniciales pueden afectar drásticamente la resolución del proceso, mediatizado por el tiempo. Es el "efecto mariposa", cuyo imperceptible aletear en un estado de un continente puede provocar la aparición de un tornado de consecuencias devastadoras en otro. Es la *teoría del caos*, pequeñas diferencias en la medida, como consecuencia del ruido experimental o de la inexactitud del instrumento que se utilice, cuya superación resulta imposible en las medidas experimentales, provoca la impredecibilidad de numerosos sistemas.

Lorenz, cuyos estudios se centraron en predecir el tiempo metereológico, diseña un sistema muy simple, con tres ecuaciones diferenciales, con tres interacciones, que compara con una noria: "En la parte superior de la noria el agua gotea sobre unos canalones que cuelgan de la noria, cada canalón gotea de manera regular, sobre los otros, por un orificio. Si el fluir del agua es lento, los cangilones superiores nunca se llenan lo suficientemente rápidos para vencer la fricción y que la noria funcione, pero si el flujo de agua es rápido, el peso hace que la noria comience a funcionar, y lo haga de forma continuada. Si el agua fluye tan rápida que los cangilones oscilan, la noria marchará lentamente, se parará e incluso invertirá su movimiento, girando primero en un sentido y luego en el contrario." Se trata, por tanto, de un sistema aparentemente azaroso, cuyas ecuaciones también muestran este carácter. Sin embargo, cuando se representan gráficamente ocurre algo sorprendente, surge una curva, una doble espiral. Estas nos hablan de dos tipos de orden: el estado estacionario, en el que las variables nunca cambian, y el comportamiento periódico, en el que el sistema se integra en un bucle que repite indefinidamente. La representación de las ecuaciones de Lorenz son formas espirales, asimétricas, son los "atractores de Lorenz"

Otro sistema que también depende profundamente de las condiciones iniciales y presenta, por tanto, una gran *sensibilidad* es el lanzamiento de una moneda. Hay dos variables fundamentales que determinan el proceso, la rapidez con la que la moneda golpea el suelo y la velocidad del lanzamiento. Teóricamente, se puede controlar ambas variables y, por tanto, el resultado del proceso. Pero en la práctica es imposible, se puede establecer un cierto rango en estas variables, pero no se pueden controlar nunca completamente.

De manera análoga, en ecología, resulta difícil establecer predicciones sobre dinámica de poblaciones. La ecuación que controlara el proceso podría ser simple si la población creciera indefinidamente, pero la acción de los predadores, y la escasez o sobreabundancia de alimentos la hacen incorrecta. Es algo tan simple como considerar la ecuación:

población para el siguiente año = r x población del presente año x (1-población del presente año)

La población tendrá un valor entre 0 y 1, donde 1 representa el máximo de población posible y 0 la extinción de la población. *r*, es la tasa de crecimiento de la población. La cuestión es ¿cómo puede afectar este parámetro al resultado? La respuesta obvia es que un valor de *r* alto origina una elevada población, mientras que una baja lleva a una población reducida. Esta tendencia es cierta para ciertos valores de *r* pero no para todos. Así, si *r* vale 2,7, la población sería de 0,6292. Lógicamente, si la tasa de crecimiento de población crece, la población crecerá. Pero entonces algo extraño ocurre, cuando *r* supera el valor 3, la línea que representa el comportamiento del sistema se divide en dos, como si se originaran dos poblaciones diferentes. Como si el valor de un año llevase a otro valor distinto para el año siguiente, y el ciclo se repite una y otra vez, indefinidamente. Así, si la tasa de crecimiento aumenta un poco más se produce una bifurcación entre cuatro diferentes valores. Las bifurcaciones aumentan y aumentan y ¡de repente!, aparece el caos. A partir de un cierto valor de *r* resulta imposible predecir el comportamiento de esta ecuación aparentemente sencilla.

Una observación más detallada de estas representaciones, permite distinguir la presencia de franjas blancas que indican pequeñas áreas de *orden*, a partir de ellas la ecuación comienza de nuevo a bifurcarse volviendo al *caos*. Esta *recurrencia*, el hecho de que las gráficas de estos sistemas, sean series de copias incrustadas dentro de otras, constituye uno de los aspectos más significativos del *caos*.

FRACTALIDAD

Desde los comienzos de la creación de la ciencia en Grecia, como cuerpo de doctrina que pretenderá explicar el ser y el comportamiento de nuestro universo, la cultura occidental se ha visto prisionera de la Geometría Euclídea. Ello ha determinado, como se ha comentado previamente, una cultura, una forma de "ver" la realidad, encorsetada en la idea de que los puntos, las líneas, los círculos, los cubos..., son de alguna manera "más naturales" que la propia naturaleza. El mundo platónico, el mundo de las ideas, era el universo en donde estas formas euclídeas, formas perfectas, permanecieran como ideales. Para el mismo Platón, el universo de lo humano se caracterizaba precisamente por lo contrario, la imperfección; el universo humano era una imagen imperfecta del universo utópico basado en las formas de la geometría que Euclides postulaba.

Es de esta manera, como hasta nuestros días, la cultura y la forma de hacer del hombre siguen intentando, presas de la idea platónica, cambiar lo que la naturaleza nos da en sus formas por otras "ideales"; así, el hombre es arquitecto de formas generalmente cúbicas, las ruedas son siempre redondas, los jardines rectangulares o a lo más circulares... Puede que sea esta cultura euclídea de *nuestro* universo lo que nos lleve a la destrucción de las formas naturales, fomentando el impulso por la creación de ciudades cada vez más cuadriculadas tanto en el plano como en el espacio, en todo caso ¿más humanas? Lo sorprendente de esta situación es el uso de la Geometría Euclídea para modelar la naturaleza, de manera que, cuando con frecuencia el modelo no se ajusta a ser explicado con dicha geometría

Benôit Mandelbrot estudió las fluctuaciones del precio del algodón, cuya distribución no seguía una distribución normal. Cuando Mandelbrot analizó todos los datos disponibles desde 1900, comprobó que los números que producían aberraciones, desde el punto de vista de la distribución normal originaban simetría desde el punto de vista de la escala. Cada cambio de precio particular era azaroso e impredecible, pero la secuencia de cambios era independiente de la escala: las curvas de cambios de precios diarios o mensuales encajaban perfectamente. Analizando el estudio de Mandelbrot se observa que el grado de variación permanece constante a lo largo de un periodo de tiempo de sesenta años, absolutamente tumultuoso, en el que se produjeron dos guerras mundiales y una gigantesca depresión.

Mandelbrot aplicó su método a otros muchos fenómenos, como la longitud de una línea costera, ya que partiendo de un mapa existen numerosos detalles del perfil costero que no se tienen en cuenta. De la misma forma, caminando a lo largo de la costa también se pierde información, ya que obviamos bahías microscópicas entre "granos de arena". Independientemente de lo que magnifiquemos la línea costera siempre surgirán nuevas bahías invisibles para el nivel anterior.

Otro matemático, Helge von Koch, parte de la idea de Manldebrot y realiza una construcción matemática denominada curva de Koch. Para construir su curva Koch imagina un triángulo equilátero, en el tercio central de cada lado añade otro triángulo equilátero. Si el proceso se sigue repitiendo indefinidamente surge la curva de Koch, si aumentamos esta curva se obtiene la imagen original, es por tanto otra curva recurrente. La curva de Koch contiene una interesante paradoja, Cada vez que se añade un triángulo a la figura, la longitud de la curva se hace mayor. Sin embargo, el área interna de la curva es siempre inferior al área de un círculo circunscrito al triángulo original. Es por tanto una línea de longitud infinita que contiene una superficie finita.

De esta forma se ha llegado a la geometría fractal, también conocida como geometría de la naturaleza. Mandelbrot nos dice: "*las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las líneas costeras no son círculos, y las cortezas de los árboles no son lisas, ni la trayectoria de la luz es una línea recta*".

La geometría fractal o "irregular" es la de dimensiones fractales o fraccionales. La dimensión fractal de la curva de Koch es 1,26. Así, al contrario de las dimensiones habituales (enteras) a las que nos tiene sometidos la Geometría Euclídea, la dimensión de un objeto puede ser muy bien una fracción simple como 1/2 o 5/3 e incluso un número irracional. No obstante, existen objetos fractales, irregulares o interrumpidos, que satisfacen dimensiones enteras 1, 2 y sin embargo no se parecen en nada ni a rectas ni a planos.

La geometría elemental nos enseña que un punto aislado o un número finito de puntos, constituyen una figura de dimensión 0: que una recta, así como cualquier curva estándar, constituyen figuras de dimensión 1; que un plano o cualquier superficie ordinaria, son figuras de dimensión 2; que un cubo, o una esfera, posee dimensión 3. En la nueva geometría fractal, existen curvas planas muy irregulares para las que su dimensión se encontrará entre 1 y 2, podrá hablarse también en esta geometría de ciertas superficies muy hojaldradas de dimensión intermedia entre 2 y 3, o podremos definir "polvos" o irregularidades sobre rectas que generan objetos de dimensión comprendida entre 0 y 1. Por tanto, la dimensión fractal de un objeto es la medida de su grado de irregularidad, considerada a todas las escalas, y puede ser algo mayor que la dimensión geométrica euclídea del mismo.

Las estructuras fractales se encuentran en numerosos fenómenos y situaciones de la vida real y del mundo matemático. La ramificación de los vasos sanguíneos, que se hace cada vez más inextricable, la estructura interna de los pulmones, la superficie de una proteína o del ADN, los gráficos de datos de existencia en el mercado, y otros muchos análogos tienen un aspecto común, son recurrentes.

Se ha encontrado un comportamiento caótico en el goteo de un grifo. Si se registra el goteo del grifo a lo largo del tiempo, se encuentra que para un determinado flujo, el goteo se produce a tiempos pares. Al representar los datos se encuentra que el goteo no es algo fortuito sino que sigue un patrón de comportamiento.

El corazón humano sigue un patrón caótico. El tiempo que transcurre entre latidos no es constante; depende mucho de la actividad que está desarrollando la persona, entre otras cosas. Bajo ciertas condiciones el latir del corazón se acelera, bajo otras condiciones sigue un camino errático. Puede incluso hablarse de latir caótico. Por tanto el análisis de los latidos del corazón puede ayudar a los médicos a distinguir un latido anormal en el curso normal de funcionamiento del mismo.

Se ha comprobado que un simple sistema de tres ecuaciones permite representar un helecho. Por ello, se piensa que el DNA codifica no exactamente donde las hojas crecen, sino un mecanismo que controla su distribución. El DNA, a pesar de la increíble cantidad de información que contiene, no puede abarcar todos los datos necesarios para determinar dónde se localiza cada célula del cuerpo. Sin embargo, si se emplean fórmulas fractales que controlen como se ramifican los vasos sanguíneos y se forman las fibras nerviosas, el DNA tiene suficiente información para establecer el funcionamiento del organismo. Se ha especulado, incluso, que el propio cerebro se organiza, en cierta forma, de acuerdo con las leyes del caos.

Al caos se le han dado otras aplicaciones fuera de la ciencia. Suministrando fórmulas adecuadas a un ordenador puede crear un árbol lleno de belleza y realismo. En lugar de hacerlo de la manera habitual, la corteza del árbol puede crearse mediante una fórmula que casi siempre se repite a si mismo.

La música también puede crearse usando fractales, asociando las notas musicales de una pieza con las coordenadas del atractor de Lorenz, y usando un programa informático pueden crearse variaciones sobre el tema musical elegido, las cuales pueden dar la sensación de musicalidad y creatividad.

Por tanto, el caos ha roto con el viejo paradigma mecanicista para el que el todo es simplemente la suma o agregación de las partes, de un modo análogo a un mecanismo de relojería. En palabras de Isaac newton: "El Universo es simplemente una gigantesca máquina". Por otro lado, el relativamente nuevo paradigma de la Teoría de Sistemas reconoce las sinergias entre las partes. Luego, el todo es mayor que la suma de sus partes: cuando las partes se reúnen, aparecen conexiones entre ellas, lo que genera la aparición de nuevas propiedades: (i) el ser humano no es igual a la simple agregación de sus órganos. El bienestar físico depende de un equilibrio armónico entre todos los órganos del cuerpo humano y no de lo que le ocurre a uno solo; (ii) si se pone en contacto un gas tóxico (el cloro) con un metal (el sodio) se genera una sustancia que le da “buen sabor” a la carne: la sal. Las propiedades de la sal no tienen ninguna relación con las de un gas tóxico ni con las de un metal.

Investigaciones recientes sobre las propiedades de los hadrones en física de partículas, nos lleva la hipótesis de los sistemas a niveles aún más complejos: el de la parte conteniendo al todo, "holones". Así, los fractales regulares conservan sus propiedades (e incluso su aspecto visual) frente a los cambios de escala. Estamos frente a la hipótesis del "Universo Holográfico", todo el universo está contenido en cualquier subconjunto de éste. Por lo tanto, tendría que ser posible reconstruir el universo completo a partir de un simple microorganismo. En otras palabras: las partes son reproducciones a escala del todo, o también: el todo está contenido en cada una de sus partes, al igual que en un holograma.

Una idea similar se esboza en el sutra Avatamsaka (aproximadamente siglo V, a.c):

En el cielo de Indra hay una red de perlas de tal forma ordenadas que si miras a una, ves a todas las demás reflejadas

. Del mismo modo, cada objeto del mundo no es sólo él mismo, sino que incluye a todos los demás objetos y es, de hecho, todos los demás objetos. Recordemos también la figura de Escher, *Peces y Escamas,* en el que cada escama o parte del grabado reproducía la totalidad, es el paradigma d ela recurrencia.

La hipótesis que dice que la parte contiene al todo se puede expresar matemáticamente:

$$\boxed{\text{La parte} \quad \frac{1}{x-1} = \frac{x}{1} \quad \text{El todo}}$$

Hay que resolver la ecuación: $x^2 - x - 1 = 0$; como $x > 0$:

$$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618 \equiv \phi$$

Este número es denominado "Phi" y durante el Renacimiento se conoció como "Número Aureo" o "Divino", dado que los griegos lo dedujeron a partir de exigencias que fusionan filosofía, religión y matemáticas.

Teoría de Juegos

En la *teoría de juegos* se considera la forma en que determinadas *interacciones estratégicas* entre *jugadores* produce *resultados* más allá de las *preferencias* (o *procedimientos* de juego) de estos jugadores, ninguno de los cuales ha tenido conexión directa entre sí.

La base matemática de esta disciplina fue establecida por John von Neumann y Oskar Morgenstern sobre 1944, y posteriormente desarrollada en profundidad y sistematizada. En los años setenta, la teoría de los juegos es la herramienta más importante y útil en situaciones en que la mejor acción de un agente depende de las correspondientes a otros, y asimismo, las de los *otros* de la de *él*.

En los últimos años, las repercusiones de la teoría de los juegos en la teoría económica han sido realmente explosivas. No obstante, aunque parezca un descubrimiento reciente, la teoría de los juegos tiene antecedentes muy remotos. Así, en los textos de Platón, *Laques* y *El Banquete*, Sócrates relata un episodio de la Batalla de Delion en el que se desarrolla el siguiente tema. Si un soldado en el frente espera con sus camaradas para rechazar un ataque del enemigo, puede ocurrir que la defensa triunfe, en este caso es poco probable que su aportación al conjunto de la defensa no sea esencial. Pero si el opone una gran resistencia, corre un mayor riesgo de morir o ser herido –aparentemente por nada. Por otro lado, si el enemigo va a vencer, sus posibilidades de muerte o lesión son aun mayores, y ahora evidentemente sin ningún beneficio, ya que la línea defensiva se romperá ineludiblemente. Partiendo de este razonamiento, parece que para el soldado es mejor desertar independientemente de quien gane la batalla. Por supuesto que si todos los soldados razonan de esta manera –todos *deberían* hacerlo así, ya que todos se encuentran en idéntica situación- ello *conduciría* a la pérdida de la batalla. Por supuesto que esta apreciación que hacemos como analistas puede estar también presente en la mente de los soldados. ¿Le da ello razones para permanecer en sus puestos? Justamente lo contrario, cuanto mayor es el temor de los soldados a perder la batalla, mayor es el incentivo para mantenerse a salvo. Y cuanto mayor es el número de soldados que creen que se ganará la batalla, sin necesidad de una contribución individual especial, menor es la razón para permanecer en sus puestos y luchar. Si los soldados *comunicaran* estos razonamientos a sus compañeros, todos tendrían razón para sufrir pánico, y su comandante tendría una derrota segura antes de que el enemigo haya disparado un tiro.

Mucho antes que la teoría de los juegos proporcionara la forma de pensar en este tipo de problemas de manera sistemática, fue intuida por algún líder militar y utilizada para desarrollar sus estrategias. Así, en la conquista de Méjico, Hernán Cortés, al desembarcar con una fuerza militar pequeña, que tenía buenas razones para temer de su limitada capacidad para repeler el ataque de los aztecas, mucho más numerosos, eliminó la posibilidad de una retirada de sus soldados quemando las naves en que había llegado. De esta forma los soldados españoles lucharon con una determinación total, ya que era la única vía de poder salvar sus vidas. Más aun, la determinación de Cortés minó la moral y motivación de los aztecas, teniendo el cuidado de quemar las naves d euna manera visible y ostentosa. Esta confianza de Cortés en la victoria y la determinación de su acción, actuó de efecto disuasorio, ya que demostraba con claridad las fuertes razones que le movía en su decisión y su postura de lucha total. Los aztecas se retiraron a las colinas cercanas y Cortés venció sin derramamiento de sangre.

Estas situaciones son destacadas por Platón y representadas por la actuación de Cortés tienen una lógica común subyacente. Los soldados no tuvieron motivo para retirarse, *justamente*, o principalmente, por su apreciación racional de los peligros de la batalla y por su propio interés. Más aún, ellos descubrieron una buena razón para permanecer y luchar, comprendiendo que tenía sentido para cada uno de ellos tenía sentido para todos los demás. Estamos considerando, por tanto, las situaciones en que la *interacción* de muchos procesos de decisión individuales produce un resultado que no es buscado por ninguno de ellos individualmente. La mayoría de los ejércitos intentan evitar la tentación de la retirada, que estando en la mente de muchos puede desencadenarse por acciones individuales. Todos los sistemas militares hacen *físicamente imposible* la retirada, como Cortés, haciendo *económicamente* muy poco rentable esa acción, al disparar al desertor. Así, permaneciendo en su puesto y luchando el soldado encuentra una justificación racional a su decisión, ya que permaneciendo y luchando tiene al menos el mismo coste como el huir.

Otra fuente clásica que invita a esta secuencia de razonamiento puede encontrarse en la obra de Shakespeare, *Enrique IV*. Durante la batalla de Agincourt, Enrique decide sacrificar a sus prisioneros franceses ante la vista de sus enemigos y la sorpresa de sus tropas, que en la acción carente de moralidad. Las razones de Enrique son de otro tipo, teme que los prisioneros puedan liberarse y ataquen su posición. Sin embargo, un teórico de los juegos le habría provisto de una razón estratégica (posiblemente más prudente, aunque no por ello más moral). Su propia tropa observa que los prisioneros han sido aniquilados, y observa que el enemigo lo está viendo. Por tanto, ellos saben que suerte puede esperarles si no vencen y caen en las manos del enemigo. El sacrificio de los prisioneros ha enviado una señal a los soldados de ambos bandos, modificando de ese modo sus incentivos de manera que finalmente favorecen los proyectos ingleses de victoria.

Estos ejemplos parecen ser importantes sólo para situaciones extremas. Quizá pueda pensarse que son importantes para generales, políticos, hombre de negocio, y otros cuyo trabajo implica la manipulación de los demás. Pero esta apreciación es demasiado prematura. El estudio de la *lógica* que gobierna las relaciones entre intereses, interacciones estratégicas y resultados, ha sido fundamental en la moderna filosofía política, ya que durante los siglos precedentes nadie había considerado de forma explicita este tipo de lógica.

El *Leviatán* de Hobbes se cita con frecuencia como el trabajo fundacional de la moderna filosofía política. El texto comienza con una revisión de las funciones y justificación del estado y sus restricciones sobre las libertades individuales. El núcleo del razonamiento de Hobbes se resume en lo siguiente, la mejor situación para todas las personas es aquella en la que hace lo que le place. Con frecuencia las personas libres desean cooperar con otras con objeto de realizar proyectos que no podrían realizar individualmente. Pero si coincide con alguien inmoral o amoral este apreciará que sus intereses se alcanzarán mejor si se obtienen los beneficios de la cooperación pero sin aportar nada a cambio. Supongamos, por ejemplo, que dos personas se ponen de acuerdo para ayudarse a construir sus propias casas. En primer lugar se construye la de uno, pero entonces ese rompe el acuerdo y no ayuda al socio. No obstante, eso lleva a la persona que se ha quedado sin casa a intentar apoderarse de la casa construida, lo que pone al socio infiel en una situación difícil ya que teme que ocupen su casa y lo obliga a perder mucho tiempo y recursos a vigilar la casa del socio estafado. Puedo reducir estos costes atemorizando primero, y quizá a eliminar físicamente al socio si las amenazas no surten efecto. Por supuesto que uno puede anticiparse a todas estas acciones, desarrollando un razonamiento análogo al desarrollado previamente.

Estas y otras cuestiones dependientes de las relaciones interpersonales y la interacción entre ellas, así como los resultados que derivan de las mismas, forman parte de la teoría de los juegos.

Aunque la *teoría de juegos* tiene una base estadística, su relación con la estadística es muy lejana con la estadística. Su objetivo no es el análisis del azar o de los elementos aleatorios sino de los comportamientos estratégicos de los jugadores. En el mundo real, tanto en las relaciones económicas como en las políticas o sociales, son muy frecuentes las situaciones en las que, al igual que en los juegos, su resultado depende de la conjunción de decisiones de diferentes agentes o jugadores. Se dice de un comportamiento que es estratégico cuando se adopta teniendo en cuenta la influencia conjunta sobre el resultado propio y ajeno de las decisiones propias y ajenas.

La *teoría de juegos* ha alcanzado un alto grado de sofisticación matemática y ha mostrado una gran versatilidad en la resolución de numerosos problemas. Muchos campos de la Economía (Equilibrio General, Distribución de Costes, etc.), se han visto beneficiados por las aportaciones de este método de análisis. En el medio siglo transcurrido desde su primera formulación el número de científicos dedicados a su desarrollo no ha cesado de crecer. Y no son sólo economistas y matemáticos sino sociólogos, politólogos, biólogos o psicólogos. Existen también aplicaciones jurídicas: asignación de responsabilidades, adopción de decisiones en relación a pleitos o conciliaciones, etc.

Hay dos clases de juegos que plantean una problemática muy diferente y requieren una forma de análisis distinta:

1. Si los jugadores pueden comunicarse entre ellos y negociar los resultados, se tratará de juegos con transferencia de utilidad (también llamados juegos cooperativos), en los que la problemática se concentra en el análisis de las posibles coaliciones y su estabilidad.
2. En los juegos sin transferencia de utilidad, (también llamados juegos no cooperativos) los jugadores no pueden llegar a acuerdos previos; es el caso de los juegos conocidos como "la guerra de los sexos", el "dilema del prisionero" o el modelo "halcón-paloma".

Los modelos de juegos sin transferencia de utilidad suelen ser bipersonales, es decir, con sólo dos jugadores. Pueden ser simétricos o asimétricos según que los resultados sean idénticos desde el punto de vista de cada jugador. Pueden ser de suma cero, cuando el aumento en las ganancias de un jugador implica una disminución por igual cuantía en las del otro, o de suma no nula en caso contrario, es decir, cuando la suma de las ganancias de los jugadores puede aumentar o disminuir en función de sus decisiones. Cada jugador puede tener opción sólo a dos estrategias, en los juegos biestratégicos, o a muchas. Las estrategias pueden ser puras o mixtas; éstas consisten en asignar a cada estrategia pura una probabilidad dada. En el caso de los juegos con repetición, los que se juegan varias veces seguidas por los mismos jugadores, las estrategias pueden ser también simples o reactivas, si la decisión depende del comportamiento que haya manifestado el contrincante en jugadas anteriores.

Actualmente, la Teoría de los Juegos es de una importancia clave en el estudio de los problemas comerciales y de la teoría económica general, por que representa un enfoque único al análisis de las decisiones comerciales en condiciones de intereses competitivos y conflictivos.

En sus comienzos la Teoría de los Juegos, como fue desarrollada por Neumann y Morgenstern, tenía un planteamiento estratégico o no cooperativo. Este planteamiento requiere especificar detalladamente lo que los jugadores pueden y no pueden hacer durante el juego, y después buscar cada jugador una estrategia óptima. Es lo que hemos visto en la estrategia del soldado. Lo que es mejor para un jugador depende de lo que los otros jugadores piensan hacer, y esto a su vez depende de lo que ellos piensan del primer jugador hará. Von Neumann y Morgenstern resolvieron este problema en el caso particular de juegos con dos jugadores cuyos intereses son diametralmente opuestos. A estos juegos se les llama estrictamente competitivos, o de suma cero, porque cualquier ganancia para un jugador siempre se equilibra exactamente por una pérdida correspondiente para el otro jugador. El ajedrez o el póquer son juegos tratados habitualmente como juegos de suma cero.

Otra posible estrategia considerada por Neumann y Morgenstern, se apoya en un desarrolla el planteamiento coalicional o cooperativo, en el que buscaron describir la conducta óptima en juegos con muchos jugadores. Puesto que éste es un problema mucho más difícil, no es de sorprender que sus resultados fueran mucho menos precisos que los alcanzados para el caso de suma cero y dos jugadores. En particular, Von Neumann y Morgenstern abandonaron todo intento de especificar estrategias óptimas para jugadores individuales. En lugar de ello se propusieron clasificar los modelos de formación de coaliciones que son consistentes con conductas racionales. La negociación, en cuanto a tal, no jugaban papel alguno en esta teoría. De hecho, hicieron suyo el punto de vista, que había predominado entre los economistas al menos desde la época de Edgeworth, según el cual los problemas de negociación entre dos personas son inherentemente indeterminados.

A principio de los años cincuenta, en una serie de artículos muy famosos el matemático John Nash rompió dos de las barreras que Von Neumann y Morgenstern se habían auto-impuesto. En el frente no cooperativo, estos parecen haber pensado que en estrategias la idea de equilibrio, introducida por Cournot en 1832, no era en sí misma una noción adecuada para construir sobre ella una teoría (de aquí que se restringieran a juegos de suma cero). Sin embargo, la formulación general de Nash de la idea de equilibrio hizo ver claramente que una restricción así es innecesaria. Hoy día, la noción de equilibrio de Nash, la cual no es otra cosa que la elección estratégica de cada jugador es la respuesta óptima a las elecciones estratégicas de los otros jugadores.

La *teoría de juegos* no sólo se aplica al campo de la economía sino que ha encontrado otras muchas parcelas en las que su proyección y los resultados que se obtienen son de gran interés

La *teoría de juegos* actualmente tiene muchas aplicaciones, sin embargo, la economía es el principal cliente para las ideas producidas por los especialistas en *teoría de juegos*. Entre las disciplinas donde hay aplicación de la *teoría de juegos* tenemos:

<u>Economía:</u> No debería sorprender que la *teoría de juegos* haya encontrado aplicaciones directas en economía. Esta ciencia se ocupa de la producción de recursos y de su distribución. Si los recursos son escasos es porque hay más gente que los quiere de la que puede llegar a tenerlos. Este panorama proporciona todos los ingredientes necesarios para un juego. Además, los economistas neoclásicos adoptaron el supuesto de que la gente actuará racionalmente en este juego. En un sentido, por tanto, la economía neoclásica no es sino una rama de la *teoría de juegos*.

Sin embargo, aunque los economistas pueden haber sido desde siempre especialistas, más o menos, camuflados en *teoría de juegos*, no podían progresar por el hecho de no tener acceso a los instrumentos proporcionados por Von Neumann y Morgenstern.

En consecuencia sólo se podían analizar juegos particularmente simples. Esto explica por qué el monopolio y la competencia perfecta se entienden bien, mientras a todas las demás variedades de competencia imperfecta que se dan entre estos dos extremos sólo ahora se les está empezando a dar el tratamiento detallado que merecen.

La razón por la que el monopolio es simple desde el punto de vista de la *teoría de juegos*, es que puede ser tratado como un juego con un único jugador. La razón por que la competencia perfecta es simple es que el número de jugadores es de hecho infinito, de manera que cada agente individual no puede tener un efecto sobre agregados de mercado si el o ella actúa individualmente.

<u>Ciencia Política</u>: La *teoría de juegos* no ha tenido el mismo impacto en la ciencia política que en economía. Tal vez esto se deba a que la gente se conduce

menos racionalmente cuando lo que está en juego son ideas que cuando lo que está en juego es su dinero. Sin embargo, se ha convertido en un instrumento importante para clarificar la lógica subyacente de un cierto número de problemas paradigmáticos.

Biología: En esta disciplina se ha utilizado ampliamente la *teoría de juegos* para comprender y predecir ciertos resultados de la evolución, como lo es el concepto de estrategia evolutiva estable, introducido por John Maynard Smith en su ensayo *"Teoría de Juegos y la Evolución de la Lucha"*, así como en *"Evolución y Teoría de Juegos"*.

Filosofía: Los especialistas en *teoría de juegos* creen que pueden demostrar formalmente por qué incluso el individuo más egoísta puede descubrir que con frecuencia, cooperar con sus vecinos en una relación a largo plazo redundará en su propio interés.

Con este fin estudian los equilibrios de juegos con repetición (juegos que los mismos jugadores juegan una y otra vez). Pocas cosas han descubierto en esta área hasta el presente que hubieran sorprendido a David Hume, quien hace ya unos doscientos años articuló los mecanismos esenciales. Estas ideas, sin embargo, están ahora firmemente basadas en modelos formales. Para avanzar más, habrá que esperar progresos en el problema de la selección de equilibrios en juegos con múltiples equilibrios. Cuando estos progresos se den, sospecho que la filosofía social sin *teoría de juegos* será algo inconcebible –y que David Hume será universalmente considerado como su verdadero fundador.

Propiedades para el conocimiento común del juego

El Filósofo Hobbes dijo que un hombre se caracteriza por su fortaleza física, sus pasiones, su experiencia y su razón.

Fortaleza Física: esta determina lo que alguien puede o no puede hacer. Un atleta puede planear correr una milla en cuatro minutos, pero sería imposible para la mayoría ejecutar este plan. La *teoría de juegos* incorpora estas consideraciones en las reglas del juego. Estas determinan lo que es factible para un jugador. Más exactamente, un jugador queda limitado a escoger en el conjunto de sus estrategias en el juego.

Pasión y Experiencia: estas corresponden a las preferencias y creencias de un jugador. En la mayoría de los casos, ambas deben ser conocimiento común para que sea posible realizar un análisis en términos de la *teoría de juegos.*

Razón: en problemas de decisión unipersonales, los economistas simplemente suponen que los jugadores maximizan sus pagos esperados en función de sus expectativas. En un juego las cosas son más complicadas, porque la idea de equilibrio da por supuesto que los jugadores saben algo acerca de cómo razona todo el mundo.

Conocimiento común de las reglas

Como en muchos resultados de la *teoría de juegos*, no es inmediatamente el conocimiento de las reglas "*n*" sea común. Sin embargo, si el valor "*n*" no es de conocimiento común existe equilibrio de Nash. La noción de equilibrio es fundamental para la *teoría de juegos*. Ya que es anticipa que los jugadores usarán estrategias de equilibrio.

Pueden considerarse dos tipos de estrategia, en primer lugar del tipo educativo, estos suponen que los jugadores tengan al equilibrio como el resultado de razonar cuidadosamente.

Sin embargo, la respuesta educativa no es la única posible. También hay respuestas evolutivas. Según éstas, el equilibrio se consigue, no porque los jugadores piensan todo de antemano, sino como consecuencia de que los jugadores miopes ajustan su conducta por tanteo cuando juegan, y se repiten durante largos períodos de tiempo.

En un juego finito de dos jugadores, ningún jugador sabe con seguridad si se usa una estrategia pura, incluso si el oponente mezcla estrategias, el resultado final será que se juega alguna estrategia pura, la cual terminará por utilizar el oponente. Un jugador racional, por tanto, asigna una probabilidad subjetiva a cada una de las alternativas posibles. Entonces el jugador escoge una estrategia que maximiza su pago esperado con respecto a estas probabilidades subjetivas. Por tanto, el o ella se comportan como si estuviera escogiendo una respuesta óptima a una de las estrategias mixtas del oponente, si la estrategia mixta se elige para lograr una respuesta óptima.

La *teoría de juegos* sostiene, que las creencias de un jugador sobre lo que un oponente hará dependen de lo que el jugador sabe acerca del oponente. Sin embargo, no está claro lo que debemos suponer acerca de lo que los jugadores saben de su oponente. La idea de racionabilidad se construye sobre la hipótesis de que por lo menos el conocimiento común que ambos jugadores sea racional.

Objetivos de la teoría de juegos

El principal objetivo de la teoría de los juegos es determinar los papeles de conducta racional en situaciones de "juego" en las que los resultados son condicionales a las acciones de jugadores interdependientes.

Un juego es cualquier situación en la cual compiten dos o más jugadores. El ajedrez y el póquer son buenos ejemplos, pero también lo son el duopolio y el oligopolio en los negocios. La extensión con que un jugador alcanza sus objetivos en un juego depende del azar, de sus recursos físicos y mentales y de los de sus rivales, de las reglas del juego y de los cursos de acciones que siguen los jugadores individuales, es decir, sus estrategias. Una estrategia es una especificación de la acción que ha de emprender un jugador en cada contingencia posible del juego.

Se supone que, en un juego, todos los jugadores son racionales, inteligentes y están bien informados. En particular, se supone que cada jugador conoce todo el conjunto de estrategias existentes, no solo para él, sino también para sus rivales, y que cada jugador conoce los resultados de todas las combinaciones posibles de las estrategias.

Igualmente, en una gran variedad de juegos, el resultado es una variable aleatoria cuya distribución de probabilidades debe ser establecida para que pueda ser posible una solución para el juego. A este respecto, debe observarse que las decisiones de los jugadores interdependientes no se toman en vacío y que los pagos resultantes de estas decisiones dependen de las acciones emprendidas por todos los jugadores. Esta interdependencia implica que puede ser inapropiado suponer que los pagos están siendo generados por un proceso probabilista invariante que no es afectado por el curso de acción que uno escoja. En otras palabras, la acción que emprende un jugador puede dictar los actos de otros jugadores o influir en la probabilidad de que se comporten en una forma particular. Esta potencialidad de posibles efectos en los resultados es la que distingue la toma de decisiones en conflictos y la toma de decisiones en un medio incierto. La clase más sencilla de modelo de juego rigurosamente adversario, en el que los resultados posibles son calificados en orden opuesto por los jugadores.

Estrategias reactivas

Cuando un juego se repite varias veces, cada jugador puede adoptar su estrategia en función de las decisiones que haya adoptado antes su oponente. Las estrategias reactivas son las que se adoptan en los juegos con repetición y se definen en función de las decisiones previas de otros jugadores.

El ejemplo más conocido es la estrategia OJO POR OJO (en inglés TIT FOR TAT). Supongamos que dos jugadores repiten de forma indefinida una situación con pagos de forma del Dilema del Prisionero. Que queda definida de la forma siguiente: "En la primera jugada elegiré la estrategia COOPERAR. En las jugadas siguientes elegiré la misma estrategia que haya elegido mi oponente en la jugada anterior". En otras palabras, si el otro coopera, yo cooperaré con él. Si el otro es un traidor, yo seré un traidor".

Otra posible estrategia reactiva es la GALLITO, que consiste en hacer lo contrario que haga el oponente: "Si el otro jugador es leal en una jugada, yo le traicionaré en la siguiente; si el otro jugador me ha traicionado, yo le seré leal a la siguiente oportunidad".

Normalmente en el ambiente del Dilema del Prisionero, la estrategia OJO POR OJO ofrece muy buenos resultados mientras que la estrategia GALLITO proporciona pagos medios muy bajos.

En cambio, en el ambiente del juego Halcón-Paloma sucede precisamente lo contrario: GALLITO obtiene buenos resultados mientras que OJO POR OJO proporciona pagos medios inferiores

En la vida real es fácil descubrir situaciones y personas (incluyéndonos a nosotros mismos) en las que se muestran comportamientos fácilmente identificables con las estrategias OJO POR OJO o GALITO. En el primer caso son los comportamientos descritos por la Ley del Talión. Al fin y al cabo, todos los humanos en alguna ocasión nos hemos comprometido con nosotros mismos a mantener esta estrategia en una situación difícil en la que un oponente podía elegir entre hacernos daño o respetarnos, y preveíamos oportunidades para "devolverle la jugada". El segundo caso también es muy frecuente. Se trata de ese tipo de personas de la que decimos "es un gallito"; es decir, alguien que se muestra muy agresivo pero al que "se le bajan los humos" si se le responde también con agresividad.

En el oligopolio, los resultados que obtiene cada empresa dependen no sólo de su decisión sino de las decisiones de las competidoras. El problema para el empresario, por tanto, implica una elección estratégica que puede ser analizada con las técnicas de la *teoría de juegos.* Supongamos que dos empresas, H y X, constituyen un duopolio local en el sector de los grandes almacenes. Cuando llega la época de las tradicionales rebajas de enero, ambas empresas acostumbran a realizar inversiones en publicidad tan altas que suelen implicar la pérdida de todo el beneficio. Este año se han puesto de acuerdo y han decidido no hacer publicidad por lo que cada una, si cumple el acuerdo, puede obtener unos beneficios en la temporada de 50 millones. Sin embargo, una de ellas puede preparar en secreto su campaña publicitaria y lanzarla en el último momento con lo que conseguiría atraer a todos los consumidores. Sus beneficios en ese caso serían de 75 millones mientras que la empresa competidora perdería 25 millones.

Los posibles resultados en esta y otras estrategias de juego se pueden ordenar en una *matriz de pagos*. Cada jugador tiene que elegir entre las dos estrategias posibles: *cooperar* o *traicionar*. Los beneficios o pérdidas mostrados a la izquierda de cada casilla son los que obtiene el jugador H cuando elige la estrategia mostrada a la izquierda y X la mostrada arriba. Los resultados a la derecha en las casillas son los correspondientes para X.

Las cantidades de dinero en juego (75 ó 85 millones) no tiene mucha influencia sobre la decisión a adoptar, lo único que importa en realidad es la forma en que están ordenados los resultados. Si substituimos el valor concreto de los beneficios por el orden que ocupan en las preferencias de los jugadores, la matriz queda como la mostrada en el cuadro. Las situaciones como las descritas en esta matriz son muy frecuentes en la vida real y reciben el nombre de Dilema de los Presos.

Veamos cuál debe ser la decisión a adoptar por los jugadores del ejemplo, las empresas H y X. El director de la división de estrategia de H pensará: "Si X no hace publicidad, a nosotros lo que más nos conviene es traicionar el acuerdo, pero si ellos son los primeros en traicionar, a nosotros también nos convendrá hacerlo. Sea cual sea la estrategia adoptada por nuestros competidores, lo que más nos conviene es traicionarles". El director de la división de estrategia de X hará un razonamiento similar.

Como consecuencia de ello ambos se traicionarán entre sí y obtendrán resultados peores que si hubieran mantenido el acuerdo, es un Punto de Equilibrio de Nash. Si los agentes actúan buscando de forma racional su propio interés, una "mano invisible" les conducirá a un resultado socialmente indeseable, a la pérdida.

Supongamos ahora otra situación ligeramente diferente. Si ambas empresas se enredan en una guerra de precios, haciendo cada vez mayores rebajas, ambas sufrirán importantes pérdidas, 25 millones cada una. Han llegado al acuerdo de no hacer rebajas con lo que cada una podrá ganar 50 millones. Si una de ellas, incumpliendo el acuerdo, hace en solitario una pequeña rebaja, podrá obtener un beneficio de 75 millones mientras que la otra perdería muchos clientes quedándose sin beneficios ni pérdidas.

En casi todos los modelos, sea cual sea la forma de la matriz, el protocolo o reglas del juego influirá mucho en la solución. Además del orden de intervención de los jugadores, habrá que tener en cuenta si el juego se realiza una

sola vez o si se repite cierto número de veces, la información de que disponen en cada momento, el número de jugadores que intervienen y la posibilidad de formar coaliciones, etc.
El tratamiento matemático de todas estas estrategias y clases de juegos es la base de la *teoría de juegos* en el presente.

DE LAS SUPERCUERDAS A LA VIDA

SUPERCUERDAS

Después de más de 40 años, la ya "clásica" incompatibilidad entre la Teoría General de la Relatividad y la Mecánica Cuántica parece casi superada. La solución parece difícil de asir. Si el puñado de físicos que tratan las llamadas "teorías de las supercuerdas" están en lo cierto, vivimos en un mundo más imaginario de lo que probablemente podemos imaginar.

Se trata de un mundo de diez dimensiones, en parte enrollado a dimensiones microscópicas y en parte asociado a "grandes" dimensiones, que es lo que percibimos como "real". Un mundo donde la distinción entre espacio y tiempo es intangible (como establece la Teoría General de la Relatividad). Un mundo donde, de hecho, la muy arraigada noción de espacio y tiempo está a punto de desaparecer. En palabras de Brian Greene, profesor de la Universidad de Columbia y autor de un libro sobre este tema: "Si la teoría de las *cuerdas* es correcta, nuestro Universo tiene propiedades que podrían deslumbrar al propio Einstein".

En la Teoría de las Supercuerdas no existen partículas elementales, como electrones o quarks, sino piezas de cuerdas vibrantes. Cada modo de vibración corresponde a diferentes partículas y determina su carga y su masa. Estas *cuerdas* no está *hechas* de cualquier cosa: son los constituyentes de la materia. Las consecuencias de sustituir partículas puntuales por *cuerdas* microscópicas vibrantes son enormes. La única estructura concebible para describir estas cuerdas implica la existencia de un mundo de 10 ó incluso 11 dimensiones, en el cual 6 ó 7 dimensiones están *enrolladas.* Estas dimensiones extra son las que determinan las propiedades del mundo en que vivimos. La dimensiones que percibimos, el mundo en que vivimos, que nos resulta "agradable" y "placentero", que nos resulta "familiar" como si estuviéramos "en nuestra casa", es el que configura el espacio y el tiempo, el resto está "oculto" para nosotros, "sumergido" en un laberinto de dimensiones "desconocidas".

El tamaño de este espacio está en la escala de 10^{-33} cm, demasiado pequeño para poder detectar estas "nueva" dimensiones de forma directa. Debido a ello nos circunscribimos a nuestro habitual mundo de 3+1 dimensiones, pero existe una diminuta "bola" con un espacio de 6 dimensiones asociado a cada punto de este universo "visible".

La teoría de las cuerdas difiere, por tanto, de otras teorías más "familiares" relacionadas con la mecánica cuántica, cuyos cuantos o "partículas" constituyentes son "puntuales", mientras que las cuerdas tienen "extensión", pueden vibrar, como vibran las cuerdas de un violín. Los modos de vibración harmónico o normal vienen determinados por la tensión de la cuerda. En la mecánica cuántica ondas y partículas son aspectos duales y complementarios del mismo fenómeno, en el mismo sentido cada modo vibracional de una cuerda corresponde a una partícula. La frecuencia vibracional de cada modo determina su energía y por tanto su masa.

Las partículas elementales conocidas son ahora diferentes modos de una simple cuerda. La Teoría de las Supercuerdas combina la teoría de las cuerdas con la estructura matemática denominada *Supersimetría.* La Teoría de las Supercuedas no sólo salva los problemas de compatibilizar la gravedad con la mecánica cuántica, sino que al mismo tiempo permite considerar de forma conjunta "las cuatro fuerzas" fundamentales de la naturaleza (fuertes, débiles, electromagnetismo y gravedad), que aparecen como aspectos diferentes de un mismo principio común.

Al integrar la gravedad con las restante fuerzas, la Teoría de las Supercuerdas accedió a nuevos tipos de simetría. Así nuevos conceptos de espacio y tiempo han surgido de esta teoría cuántica de la gravedad, que puede cambiar nuestra imagen de la geometría del universo. No es correcto hablar de cuerdas como partículas independientes que se mueven en un espacio fijo. En la teoría gravitatoria de Einstein, a la que debe aproximarse la teoría de las supercuerdas, espacio y tiempo se unifican en un continuo espacio-tiempo tetradimensional. La influencia de las fuerzas gravitatorias se determina por la curvatura del espacio-tiempo, que es análoga a la curvatura de una superficie bidimensional como la de una esfera. Una partícula se mueve en un espacio geodésico, reducidísimo, en el espacio-tiempo curvado. Las partículas ejercen influencias recíprocas en el espacio-tiempo, produciéndose ondas gravitatorias que pueden perturbar el entorno geodésico en el que se mueve la partícula. La ecuación general de la relatividad determina no sólo las trayectorias de las partículas sino también la estructura del espacio tiempo en el que se mueven.

En la teoría de las supercuerdas de la gravedad se define un mundo expandido de nueve dimensiones espaciales y el tiempo. La geodesia correspondiente a estos sistemas son superficies de área mínima con las 10 dimensiones antes mencionadas. La forma de visualizar estas inobservables, diminutas dimensiones, puede comprenderse considerando una analogía más simple, bidimensional. Un calcetín es una superficie bidimensional que aparenta ser monodimensional cuando se observa a escalas groseras que no distinga su "grosor". En la teoría de las supercuerdas probablemente el tamaño de las seis dimensiones *enrolladas* es análogo a la longitud de la cuerda. El mundo muestra tres dimensiones espaciales en el mismo sentido en que la cuerda actúa como una partícula puntual. La expansión de la idea de geometría no se limita por la adición de seis dimensiones espaciales. En la Teoría General de la Relatividad el campo gravitatorio se define en cada punto en dimensiones espacio-tiempo. La equivalencia de ondas y partículas en la mecánica cuántica requiere que una onda gravitatoria, o perturbación del campo gravitatorio, se identifique con una partícula, la partícula se denomina *gravitón*. De forma análoga, en la Teoría de las Cuerdas debería existir un campo, que dependa de la configuración de la cuerda, que podemos denominar *campo de cuerda*. El número de posibles configuraciones de una cuerda en el espacio es mucho mayor que el número de puntos en el espacio; un *espacio de cuerdas* estará, por tanto, relacionado con un nuevo tipo de geometría, que amplia extraordinariamente la idea de espacio, y que vendrá definido por todas las posibles configuraciones de una cuerda. Una *partícula tipo cuerda* debería imaginarse como una perturbación "tipo onda" de este vasto espacio. De la misma forma que el gravitón es una onda en el espacio ordinario.

Hasta hace poco la Teoría de las cuerdas tenía poca conexión con los enigmas que tenía planteados la física. No ofrecía resultados o predicciones concretas, no era más que una elegante construcción matemática.

En 1996 la situación cambia cuando Atrominger y Vafa usan la teoría de las cuerdas para "construir" un tipo de agujero negro, de la misma forma que podemos "construir" un átomo de hidrógeno utilizando las ecuaciones, obtenidas al aplicar la mecánica cuántica, que describen a un electrón unido a un protón.

Strominger y Vafa confirmaron un resultado obtenido previamente por Bekenstein y Stephen Hawking, en el que se deducía que la cantidad de desorden o entropía en un tipo especial de "agujero negro" era muy grande. Este resultado era muy sorprendente ya que nadie podía comprender como un objeto tan simple como un agujero negro (cuyas características principales son la masa y el espín) podría tener tanta cantidad de desorden.

Como consecuencia de construir este agujero negro especial usando la teoría de las supercuerdas, Strominger y Vafa pudieron calcular el valor correcto de desorden predicho por Berkenstein y Hawking. ¡Este resultado conmovió a la comunidad de los físicos! Ya que, por primera vez, un resultado de la "física clásica" pudo confirmarse con la teoría de las cuerdas. Aunque los agujeros negros de los que se obtenían estos resultados tienen muy poco en común con los agujeros negros existentes en el centro e las galaxias, este nuevo cálculo ilustraba la conexión entre las cuerdas y la gravedad.

Nadie sabe si la teoría de las cuerdas será la "última teoría" –la teoría de la totalidad, si tal cosa existe. Pero es una teoría de increíble elegancia y potencial que la convierte en un poderoso "corredor de fondo" para descifrar y explicar los entresijos del universo en un futuro próximo. En palabras de Edgard Witten uno de los pioneros de la nueva disciplina: "La teoría de las cuerdas es una parte de la física del siglo veintiuno que hunde sus raíces en el siglo veinte".

Átomos y moléculas. Ácidos nucleicos y proteínas

El carácter dual o multifacético de la materia que integra *cuerdas* con partículas subatómicas, que relaciona los campos del universo, ambiguos, infinitos omnipresentes, con entidades finitas y concretas como son el electrón, los protones y los neutrones, nos permite dar "saltos" de un mundo a otro. De las intangibles *cuerdas*, inasible para nosotros a los conocidos y "familiares" átomos, y de ellos a las moléculas, los componentes "cotidianos" de nuestro mundo, los materiales con los que esta "hecho" el aire que respiramos y el agua que bebemos y forma la mayor parte de nuestro cuerpo. Hablar de moléculas es hablar de los combustibles que mueven nuestros coches, de los tejidos de nuestra ropa, de los alimentos que comemos, y por supuesto de nuestra propia vida y la de la infinitud de especies animales y vegetales que pueblan la Tierra.

El mundo de las moléculas es para nosotros un mundo "aparentemente" más familiar, infinitamente complejo, pero próximo y acogedor. Pero no nos engañemos, este, "nuestro mundo", puede tornarse extraño y distante, puede convertirse en "otro mundo", y de hecho lo era no hace más de doscientos años, antes del advenimiento de la química moderna, si perdemos nuestras "coordinas habituales" y tratamos de adentrarnos en él.

De la vasta, vastísima población de moléculas que habitan nuestro mundo, quizá las más importantes para la vida sean las proteínas. Las proteínas junto a los ácidos nucleicos y el ADN, son los componentes fundamentales de todos los seres vivos, podemos decir que la vida, tal como la conocemos, depende de los ácidos nucleicos (la información) y las proteínas (las estructuras) que los diversos organismos han sido capaces de sintetizar. Las proteínas son los componentes estructurales de las células, pero además participan, y ejecutan todas las funciones celulares. Las enzimas proporcionan las intrincadas y complejas superficies moleculares que facilitan, y hacen posible, la ingente cantidad de reacciones químicas que se producen de forma simultánea en la célula, reacciones que tienen lugar con un rendimiento inalcanzable para el más sofisticado de nuestros laboratorios y con una inversión mínima de energía. Algunas proteínas insertadas en la membrana plasmática forman canales y bombas que controlan el paso se moléculas hacia dentro y hacia fuera de la célula. Otras proteínas llevan mensajes de una célula a otra, y otras actúan de integradoras de señales, capaces de transmitir la información de ciertas señales desde las membranas plasmáticas hasta el núcleo de las células. Asimismo, puede hablarse de proteínas que actúan como delicadas máquinas moleculares con elementos móviles, como la *kinesina* que propulsa los orgánulos a través del citoplasma y la *topoisomerasa* puede desenmarañar los enrollamientos de las moléculas de ADN. Hay proteínas que actúan como anticuerpos para defender nuestra integridad, otras son hormonas para regular el funcionamiento del organismo en su conjunto, existen proteínas anticongelantes fundamentales para las bajas temperaturas que sufren los peces de las zonas polares, otras son fibras elásticas o fuentes de luminiscencia que sirven de señalización externa en las medusas. Podemos encontrar proteínas adhesivas en los mejillones, otras con sabor dulce en ciertas plantas.

Según Lehninger se pueden existir alrededor de 1.200.000 especies de organismos vivientes cuya complejidad va de la *E. coli* hasta el organismo humano, puede calcularse que todos estos seres vivos pueden contener entre 10^{10} y 10^{12} tipos distintos de proteínas (desde las 3000 proteínas de la *E. coli* a los 5.000.000 del organismo humano) y unas 10^{10} clases diferentes de ácidos nucleicos.

El mundo de las proteínas y los ácido nucleicos es por tanto inmenso y sorprendente, pero sobre todo, la vida, tal como la conocemos, está hecha de estas moléculas.

Y... la Vida!

Tipogenética

Estamos a punto de introducirnos en uno de los temas mas fascinantes y complejos de este siglo: el estudio de "la lógica molecular del estado vivo" para utilizar la afortunada expresión Albert Lehninger. La lógica de la vida es, sin duda, una lógica más bella y compleja que haya imaginado cualquier mente humana. La abordaremos desde un ángulo algo distinto, a través de los sistemas formales que hemos visto en un apartado anterior, una especie de juego de cartas, de "solitario" que podemos llamar Tipogenética.

Hay que decir, sin lugar a dudas, que el campo de la biología molecular es un entorno donde interactúan fenómenos correspondientes a diversos niveles y que la Tipogenética intentara solamente la ilustración de fenómenos de un o dos niveles. En particular, se omitirán los aspectos puramente químicos, pues pertenecen a un nivel ubicado por debajo del que trataremos aquí; de modo similar, también se han omitido todos los aspectos relacionados con la genética clásica (esto es, la genética no molecular), en este caso porque pertenecen a un nivel ubicado por encima del que trataremos aquí. Con la Tipogenética, únicamente se pretende aportar una visión intuitiva de los procesos centrados en torno al famoso Dogma Central de la Biología Molecular, enunciado por Francis Crick (uno de los codescubridores de la estructura en doble hélice del ADN):

ADN → ARN → proteínas.

El modelo que resulta es muy esquemático y sólo pretende la percepción de ciertos principios simples que unifican el campo y que presentados de otra manera pueden quedar oscurecidos por la interacción enormemente complicada de los fenómenos que se abordan, los cuales se desarrollan a diferentes niveles. El resultado no es riguroso pero si muy demostrativo, ganándose comprensión, en el complejo mundo de la química de los seres vivos.

Cadenas, bases, enzimas

El juego de la Tipogenética comprende la manipulación tipográfica de secuencias de letras. Proponemos las siguientes:

A C G T

Las secuencias arbitrariamente formadas con ellas son llamadas *cadenas*. Así, algunas cadenas posibles son:

GGGG
ATTACCA
GATAGATAGATA

En ocasiones me referiré a las letras A, C, G, T como *bases;* y a las posiciones que ocupan, como *unidades.* Así, en la segunda de las cadenas enunciadas mas arriba, hay siete unidades, en la cuarta de las cuales se encuentra la base A.

Si se tiene una cadena, es posible operar sobre ella y modificarla de diversas maneras. Se pueden producir cadenas adicionales, bien mediante el copiado, bien seccionando una cadena en dos; algunas operaciones alargan las cadenas, otras las reducen y otras más no alteran su longitud.

Las operaciones se presentan en paquetes, es decir, diversas operaciones que deben ser realizadas en conjunto, ordenadamente. Tal paquete de operaciones se parece algo a una maquina programada que se moviese de un lado a otro de la cadena, produciendo ciertos efectos sobre ella; estas máquinas móviles son llamadas "enzimas tipográficas": *enzimas,* para abreviar; operan sobre las cadenas a razón de una unidad por vez y se dice que están "ligadas" a la unidad sobre la cual están operando en un momento dado.

Mostraremos como actúan algunas especies de enzimas sobre determinadas cadenas. La primera cosa que hay que saber es que las enzimas comienzan ligándose a una letra específica. Así, hay cuatro clases de enzimas: las que prefieren A, las que prefieren C, etc. Dada la secuencia de operaciones que realiza una enzima, el lector puede determinar cual es la letra que la misma prefiere, pero por ahora solamente presentare dicha secuencia sin explicaciones. He aquí un espécimen de enzima, que realiza tres operaciones:

1. Suprimir la unidad a la cual está ligada la enzima (y ligarse luego a la unidad inmediatamente colocada a la derecha).
2. Moverse una unidad a la derecha
3. Insertar una T (inmediatamente a la derecha de esa unidad).

Lo que sucede con esta enzima es que gusta de ligarse inicialmente a A. Lo que sigue es un ejemplar de cadena:

AGAA

¿Que ocurre si nuestra enzima se liga a la A de la izquierda y comienza a actuar? El paso 1 suprime la A, así que nos queda GAA, y la enzima se liga ahora a la G. El paso 2 lleva a la enzima a su derecha, a la A, y el paso 3 agrega una T, para formar la cadena GATA. La enzima, de este modo, ha completado su misión: ha transformado AGAA en GATA

¿Y que ocurre si se liga a la ultima A de la *derecha* de AGAA? Suprime esa A y abandona el extremo de la cadena. Dondequiera que ocurra esto, la enzima deja de operar (éste es un principio general). Luego, la única consecuencia ocasionada es la eliminación de un símbolo.

Veamos otros ejemplos. Si tenemos otra enzima que realiza las siguientes operaciones:

1. Buscar la pirimidina más cercana, a la derecha de esa unidad.
2. Aplicar Procedimiento Copiador.
3. Buscar la purina más cercana, a la derecha de esa unidad.
4. Cortar la cadena en ese punto (es decir, a la derecha de la unidad en que está unida).

Ahora bien, encontramos aquí los términos "pirimidina" y "purina"; lo que resulta fácil de explicar: A y G son las *purinas,* C y T las *pirirnidinas* Por consiguiente, buscar una pirimidina significa sencillamente buscar la C o la T más próximas.

Procedimiento Copiador y cadenas dobles

Ha surgido una nueva expresión, *Procedimiento Copiador.* Cualquier cadena puede ser "copiada" sobre otra cadena, pero de una manera caprichosa. En lugar de copiar A sobre A, se la copia sobre T, y viceversa. Y, en lugar de copiar C sobre C, se la copia sobre G, y viceversa. Adviértase que una purina se copia sobre una pirimidina, y viceversa. Esto es llamado *apareamiento de bases complementarias;* los complementos son:

	complemento	
	A _ T	
purinas		*pirirnidinas*
	G _ C	

En consecuencia, "copiar" una cadena, no consiste realmente en copiarla, sino en elaborar su cadena *complementaria;* esta, a su vez, será inscripta en forma invertida, encima de la cadena original. Veamos esto en términos concretos; tenemos una de las enzimas anteriores, digamos, que actúa sobre la cadena siguiente (también esta enzima es de las que prefieren comenzar en A):

CAAAGAGAATCCTCTTTGAT

Son muchos los lugares por donde puede comenzar; optemos, por ejemplo, por la segunda A. La enzima se liga a ella y ejecuta el paso 1: buscar, hacia la derecha, la pirimidina más cercana. Bien, esto significa una C o una T; la que aparece primero es una T, aproximadamente en el centro de la cadena, de modo que allí vamos. Sigue el paso 2: Procedimiento Copiador; bueno, basta con que ubiquemos una A invertida encima de esa T; pero eso no es todo, porque Procedimiento Copiador *sigue en vigencia* hasta que es detenido, o hasta que la enzima se agote, según lo que ocurra primero. Esto justifica que cada que interacciona con la enzima mientras opera el Procedimiento Copiador le será adjudicada una base complementaria, colocada sobre ella. El paso 3 requiere la búsqueda de una purina, hacia la derecha de nuestra T: tiene que ser la G colocada en el antepenúltimo lugar de la cadena, de izquierda a derecha. Y, al desplazarnos a esta G, debemos "copiar", o sea, crear una cadena complementaria. He aquí el resultado:

CAAAGAGGA
CAAAGAGAATCCTCTTTGAT

El último paso consiste en *cortar* la cadena, lo cual producirá dos tramos,

CAAAGAGGA
CAAAGAGAATCCTCTTTG

y, además, AT.

Y ya esta cumplido el paquete de instrucciones. Nos hemos quedado, sin embargo, con una cadena doble. Siempre que ocurra esto, separamos una de otra las dos cadenas complementarias (principio general); de manera que, en realidad, nuestro resultado final es un conjunto de tres cadenas:

AT, CAAAGAGGA y CAAAGAGAATCCTCTTTG.

Adviértase que la cadena invertida ha sido puesta sobre sus pies y por consiguiente su derecha y su izquierda han sido intercambiadas.

Ya hemos visto la mayor parte de las operaciones tipográficas que pueden ser efectuadas con las cadenas; hay otras dos que deben ser mencionadas: una *interrumpe* el Procedimiento Copiador; la otra *desplaza* la enzima desde una cadena hacia la cadena invertida ubicada sobre si. Cuando sucede esto ultimo, uno puede conservar la hoja de papel en posición normal, pero debe entonces intercambiar "izquierda" y "derecha" en todas las instrucciones; si no, pueden seguirse textualmente las instrucciones, pero girando 180 grados la hoja de papel, de modo que la cadena de arriba se haga normalmente legible. Si se da la orden de "desplazamiento", pero no hay base complementaria a la que pueda ligarse la enzima, en ese instante esta se limita a separarse de la cadena y su misión queda cumplida.

Es necesario indicar que, cuando aparece una instrucción de "cortar", esta concierne a *ambas* cadenas (si hay dos); en cambio, "suprimir" se aplica solamente a la cadena sobre la cual esta actuando la enzima. Si el Procedimiento Copiador esta *abierto*, la orden de *insertar* es para ambas cadenas: la base misma en la cadena sobre la cual esta actuando la enzima, y su complemento en la otra cadena. Si Procedimiento Copiador está *cerrado*, la orden de *insertar* se aplica únicamente a una cadena de manera que en la cadena complementaria debe insertarse un espacio en blanco.

Y, siempre que Procedimiento Copiador este *abierto*, las ordenes de "moverse" y "buscar" requieren que uno elabore bases complementarias para todas las bases que la enzima va tocando en su deslizamiento. Cabe mencionar que el Procedimiento Copiador siempre está *cerrado* cuando comienza a actuar la enzima. Si Procedimiento Copiador esta *cerrado* y surge la orden "Cerrar Procedimiento Copiador", no sucede nada; del mismo modo, si Procedimiento Copiador, ya esta *abierto* y la orden correspondiente es "Abrir Procedimiento Copiador", tampoco sucede nada.

Aminoácidos

Hay quince tipos de órdenes en relación a los aminoácidos, cuya lista es la siguiente:

cor	--------	cortar cadena(s)
sup	--------	suprimir una base de la cadena
des	--------	desplazar la enzima a otra cadena
mvd	--------	moverse una unidad a la derecha

mvi	--------	moverse una unidad a la izquierda
cop	--------	abrir Procedimiento Copiador
crr	--------	cerrar Procedimiento Copiador
ina	--------	insertar A, a la derecha de esta unidad
inc	--------	insertar C, a la derecha de esta unidad
ing	--------	insertar G, a la derecha de esta unidad
int	--------	insertar T, a la derecha de esta unidad
pid	--------	buscar la pirimidina mas cercana hacia la derecha
pud	--------	buscar la purina mas cercana hacia la derecha
pii	--------	buscar la pirimidina mas cercana hacia la izquierda
pui	--------	buscar la purina mas cercana hacia la izquierda

Cada una tiene una abreviatura de tres letras; nos referiremos a estas abreviaturas de tres letras con la denominación de aminoácidos. Así, toda enzima esta constituida por una secuencia de aminoacidos; formulamos a continuacion una enzima arbitraria:

pud-inc-cop-mvd-mvi-des-pui-int

y una cadena arbitraria:

TAGATCCAGTCCATCGA

Veremos como actúa la enzima sobre la cadena. Esta enzima solamente se une a G; comencemos, pues, por ligarla a la G del centro y empezamos:

Una purina hacia la derecha (o sea, A o G). Pasamos por alto (nosotros, la enzima) TCC y llegamos a A. Insertamos una C. Tenemos ahora:

TAGATCCAGTCCACTCGA
↑

donde la flecha señala la unidad a la cual esta ligada la enzima. Abrimos el Procedimiento Copiador, que ubica una G invertida sobre la C. Nos movemos a la derecha, luego a la izquierda, y a continuación nos desplazamos a la otra cadena. Esto es lo que tenemos hasta aquí:

↓
⅁∀
TAGATCCAGTCCACTCGA

Démosle vuelta, de modo que la enzima quede fijada a la cadena de abajo:

```
TAGATCCAGTCCACTCGA
      AG
       ↑
```

Ahora, buscamos una purina a nuestra izquierda y encontramos A. El Procedimiento Copiador esta abierto, pero como las bases complementarias ya están allí, no agregamos nada. Por ultimo, insertamos una T (en Procedimiento Copiador), y nos detenemos:

```
TAGATCCAGTCCACATCGA
     ATG
      ↑
```

Nuestro resultado final, pues, consiste en dos cadenas.

ATG y TAGATCCAGTCCACATCGA

La cadena inicial, por supuesto, ya no existe.

La traducción y el código tipogenético

Ahora bien, uno puede preguntarse de donde provienen las enzimas y las cadenas y como establecer las preferencias de una determinada enzima en materia de unión. Una forma de resolver este dilema podría ser enunciar caprichosamente cadenas y enzimas, al mismo tiempo, y observar que sucede cuando estas enzimas actúen sobre aquellas cadenas y su prole. Esto tiene algo de acertijo, de un acertijo relacionable con los sistemas formales que hemos visto previamente, pero en Tipogenética, en cambio, lo mismo que en el campo de la genética real, el esquema es mucho más complejo.

Comenzamos con una cadena arbitraria, análogamente a como lo hacemos con un axioma en un sistema formal; pero al principio no contamos con ninguna "regla de inferencia", a saber, con ninguna enzima. Sin embargo, podemos *traducir* cada cadena una o más enzimas! Así, las propias cadenas dictaran las operaciones no efectuarse sobre ellas, y tales operaciones producirán, a su vez, nueva cadenas que dictaran nuevas enzimas, etc., etc.... ¡Verdaderamente, una extremada mezcla de niveles!

¡Cómo se realiza esta "traducción"? Implica un *Código Tipogenético* mediante el cual los pares contiguos de bases —llamados "dupletes"— representan diferentes aminoácidos dentro de una misma cadena. Existen dieciséis dupletes posibles: AA, AC, AG, AT, CA, CC, etc. Y hay quince aminoácidos. La siguiente tabla muestra el Código Tipogenético

		Segunda base			
		A	C	G	T
	A		cor *r*	sup *r*	des *d*
	C	mvi *r*	mvi *r*	cop *d*	crr *i*
Primera base	G	ina *r*	inc *d*	ing *d*	int *i*
	T	pid *i*	pud *i*	pii *i*	pui *i*

De acuerdo con la tabla, la traducción del duplete GC es "inc" ("insertar una C"); la de AT es "des"; y así sucesivamente. Por lo tanto, queda a la vista que una cadena puede dictar una enzima de manera muy directa. Por ejemplo, la cadena

TAGATCCAGTCCACATCGA

se fragmenta en dupletes del siguiente modo:

TA GA TC CA GT CC AC AT CG A

con la A separada, al final. Su traducción a enzimas es:

pid-ina-pud-mvd-int-mvi-cor-des-cop
(Tómese nota de que la A sobrante no tiene ninguna participación).

Por tanto, la aplicación de los sistemas formales al campo de la vida resulta mucho más difícil, aunque el futuro es avanzar en este campo, que permita en las ciencias de la vida dar el paso fundamental que se ha dado en otras disciplinas como las matemáticas o la física.

Epílogo

Y Pasteur cogió su microscopio, y armado de rudimentarias herramientas, se internó sin vacilación en la oscuridad de ese mar racémico. Sabía que el camino iba a ser largo. No le importó, su voluntad, dura como pedernal, inasible al desaliento, le mantenía.

El laberinto torcía sus caminos de forma inextricable, giraba y giraba intentando perderle en su temible complejidad. Finalmente, los cristales asimétricos de ácido tartárico se apartaron vencidos. La luz polarizada pudo seguir caminos levógiros o dextrógiros. Pasteur había encontrado la salida.

Esta versión, muy libre, de la hazaña de Pasteur al resolver el "extraño" problema de la isomería óptica, nos puede servir para ilustrar, la situación en la que nos solemos encontrar al hacer ciencia. El camino suele ser muy complejo y enmarañado. Desde luego requiere una gran convicción y voluntad de hierro, ya que siempre resulta muy difícil separar lo "verdadero" de lo "falso". Nunca conocemos con seguridad la solidez de nuestros recursos, el lenguaje nos conduce a "trampas" engañosas, a recurrencias infinitas que nos pierden y nos confunden. Nuestros conceptos son herederos de errores pretéritos e interpretaciones equívocas, que se transmiten de forma imperceptible y que se incorporan sutilmente a nuestro pensar, a nuestro razonar. Las falsas apariencias de las cosas, sus simetrías esquivas, nos conducen por extraños caminos, reflejos de "espejos engañosos". Intentamos buscar el "orden", pero el orden se convierte en "caos" que poco a poco deviene de nuevo en un "nuevo orden". Y el mundo de lo grande y de lo pequeño, incluso de lo infinitamente pequeño, nos muestran señuelos y nuevos caminos. Y la vida! El gran reto, la recurrencia más compleja que conocemos, el orden más extraño, en un mundo condenado al "desorden" termodinámico.

Este quehacer, esta marcha, nos produce desasosiego, incluso dolor:

> "Donde abunda sabiduría, abundan penas,
> Y quien acumula ciencia, acumula dolor."
>
> Eclesiastés

Pero no importa, hay que seguir y seguir:

> "Esta mañana, antes del alba, subí a una colina para mirar el cielo poblado,
> Y le dije a mi alma: cuando abarquemos estos mundos, y el conocimiento y el goce que encierran , ¿estaremos al fin hartos y satisfechos?
> Y mi alma dijo: No, una vez alcanzados estos mundos proseguiremos el camino"
>
> Walt Whitman

Hay que seguir hasta que encontremos la salida de este inmenso laberinto.

Muchas gracias a todos

Bibliografía

ALBERTS, BRUCE y col., *Introducción a la Biología Molecular,* Omega, 1999

BORGES, JORGE LUIS, *Obras Completas,* Editorial Salamandra.

CARROLL, LEWIS, *Alicia en el País de las Maravillas,* Edicomunicación, 1996

CARROLL, LEWIS, *Alicia a Través del Espejo,* Edicomunicación, 1996

FERRATER MORA y otros, *Las Filosofías de Wittgenstein,* Ediciones Oikos-Tau, 1966

FEYNMAN, RICHARD, *El Carácter de la Ley Física,* Tusquets (Metatemas), 2000

GADNER, MARTIN, *The Ambidextrous Universe,* Scribner, 1980

GREENE, BRIAN, *The Elegant Universe,* Vintage Books, 2000

HOFSTADTER, DOUGLAS R, *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid,* Basis Books, 1999.

JACOB, FRANÇOIS, *La Lógica de lo Viviente,* Tusquets (Metatemas), 1999

KAUFFMAN, STUART, *Investigaciones- complejidad, autoorganización y nuevas leyes para una biología general,* Tusquets (Metatemas), 2003

LÉVY-LELOND, JEAN MARC, *Conceptos Contrarios o el oficio de científico,* Tusquets (Metatemas), 2002

MANDELBROT, BENÔIT, *La Geometría Fractal de la Naturaleza,* Tusquets (Metatemas), 2003

MONOD, JACQUES, *El Azar y la Necesidad,* Ediciones Orbis, 1970

SCHRÖDINGER, ERWIN, *¿Qué es la Vida?,* Tusquets (Metatemas), 2001

WAGENSBERG, JORGE, *Ideas sobre la Complejidad del Mundo,* (Metatemas), 1998

WAGENSBERG, JORGE, *Ideas para la Imaginación Impura,* Tusquets (Metatemas), 1998

WITTGENSTEIN, LUDWIG, *Tractatus Lógico Philosophicus,* Alianza Editorial, 2000

Se acabo de imprimir esta Leccion Inaugural del
Curso Académico 2006-2007 en los talleres de
Artes Gráficas Bonanza con el título
La Ciencia en su Laberinto el día
21 de septiembre siendo
la festividad de
San Mateo